Universität Karlsruhe (TH) Prof. Dr. W. Weil
Mathematisches Institut II

Lineare Algebra und Analytische Geometrie II für die Fachrichtung Informatik

2. Übungsblatt

Aufgabe 1 (4 Punkte)

a) Es seien $n \in \mathbb{N}$ und V ein n-dimensionaler $\mathbb{R}$-Vektorraum. Zeigen Sie, dass zu jedem diagonalisierbaren Endomorphismus Φ von V ein Endomorphismus Ψ von V mit $\Psi^3 = \Phi$ existiert.

b) Es sei

$$A := \begin{pmatrix} -8 & -\frac{32}{5} & -\frac{64}{5} \\ -32 & -\frac{24}{5} & -\frac{128}{5} \\ 16 & \frac{32}{5} & \frac{104}{5} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}.$$

Bestimmen Sie eine Matrix $B \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ mit $B^3 = A$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Es seien $n \in \mathbb{N}$ und $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine quadratische Matrix mit

$$\operatorname{Rang} A = 1.$$

Weiter sei $0 \neq v \in \mathbb{R}^n$ eine Spalte von A. Zeigen Sie:

a) Es gibt genau ein $w \in \mathbb{R}^n$, sodass $A = v \cdot w^\top$ ist.

b) Die Spalte v ist ein Eigenvektor von A zum Eigenwert $\operatorname{Spur} A$.

c) A ist genau dann diagonalisierbar, wenn $\operatorname{Spur} A \neq 0$ ist.

ABGABE bis Montag, den 25. April 2005, 12.00 Uhr in die Einwurfschlitze im Kollegiengebäude Mathematik, 3. OG, neben Seminarraum S 32. Heften Sie die zur Abgabe bestimmten Blätter zusammen, und versehen Sie diese mit Ihrem **Namen**, Ihrer **Matrikelnummer** und der **Gruppennummer** Ihres Tutoriums.