Universität Karlsruhe (TH)
Mathematisches Institut II

Prof. Dr. W. Weil

Lineare Algebra und Analytische Geometrie II für die Fachrichtung Informatik

3. Übungsblatt

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Gegeben sei die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}.$$

Weiter sei die Matrix $B \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ definiert als $B := A^{2005} + 2A^{2003} - 3A^{2002} + E_3$.

Zeigen Sie, dass B invertierbar ist.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Es seien $n \in \mathbb{N}$, $\mathbb{K}$ ein Körper, $A \in \mathbb{K}^{n\times n}$ eine Matrix und $p \in \mathbb{K}[X]$ ein Polynom. Zeigen Sie:

a) Gilt $p(A) = E_n$, so ist $p(\lambda) = 1$ für alle Eigenwerte λ von A.

b) Ist A diagonalisierbar und gilt $p(\lambda) = 1$ für alle Eigenwerte λ von A, so ist $p(A) = E_n$.

ABGABE bis Montag, den 02. Mai 2005, 12.00 Uhr in die Einwurfschlitze im Kollegiengebäude Mathematik, 3. OG, neben Seminarraum S 32. Heften Sie die zur Abgabe bestimmten Blätter zusammen, und versehen Sie diese mit Ihrem **Namen**, Ihrer **Matrikelnummer** und der **Gruppennummer** Ihres Tutoriums.