Universität Karlsruhe (TH)
Mathematisches Institut II

Prof. Dr. W. Weil

Lineare Algebra und Analytische Geometrie II für die Fachrichtung Informatik

4. Übungsblatt

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Seien V ein endlich-dimensionaler $\mathbb{R}$-Vektorraum und $\Phi : V \to V$ ein Endomorphismus. Weiterhin erfülle Φ die Gleichung

$$\Phi^3 + 10\Phi = 7\Phi^2.$$

Zeigen Sie, dass Φ diagonalisierbar ist. Gilt dies auch, falls Φ stattdessen die Gleichung

$$\Phi^3 = 7\Phi^2$$

erfüllt?

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Seien $n \in \mathbb{N}$ eine natürliche Zahl und $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine Matrix. Weiter bezeichne $m \in \mathbb{R}[X]$ das Minimalpolynom von A.

Zeigen Sie, dass für alle Polynome $p \in \mathbb{R}[X]$ gilt: $p(A)$ ist genau dann invertierbar, wenn p und m teilerfremd sind.

Hinweis: Wann sind zwei Polynome über $\mathbb{R}$ teilerfremd?

ABGABE bis Montag, den 09. Mai 2005, 12.00 Uhr in die Einwurfschlitze im Kollegiengebäude Mathematik, 3. OG, neben Seminarraum S 32. Heften Sie die zur Abgabe bestimmten Blätter zusammen, und versehen Sie diese mit Ihrem **Namen**, Ihrer **Matrikelnummer** und der **Gruppennummer** Ihres Tutoriums.