Universität Karlsruhe (TH)
Mathematisches Institut II

Prof. Dr. W. Weil

Lineare Algebra und Analytische Geometrie II für die Fachrichtung Informatik

5. Übungsblatt

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Bestimmen Sie die Haupträume und das Minimalpolynom der reellen Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & a & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & a & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

in Abhängigkeit von $a \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Es seien V ein n-dimensionaler $\mathbb{K}$-Vektorraum, $q \in \mathbb{K}[X]$ und $\Phi : V \to V$ ein Endomorphismus mit dem Eigenwert $c \in \mathbb{K}$ und dem charakteristischen Polynom

$$p = (X - c)^r \cdot q,$$

wobei $q(c) \neq 0$ sein soll. Zeigen Sie:

a) $V = \operatorname{Kern}(\Phi - c\,\mathrm{id}_V)^r \oplus \operatorname{Kern} q(\Phi)$.

b) $V = \operatorname{Kern}(\Phi - c\,\mathrm{id}_V)^r \oplus \operatorname{Bild}(\Phi - c\,\mathrm{id}_V)^r$.

c) $\operatorname{Kern} q(\Phi) = \operatorname{Bild}(\Phi - c \cdot \mathrm{id}_V)^r$.

ABGABE bis Dienstag, den 16. Mai 2005, 12.00 Uhr in die Einwurfschlitze im Kollegiengebäude Mathematik, 3. OG, neben Seminarraum S 32. Heften Sie die zur Abgabe bestimmten Blätter zusammen, und versehen Sie diese mit Ihrem **Namen**, Ihrer **Matrikelnummer** und der **Gruppennummer** Ihres Tutoriums.