Universität Karlsruhe (TH) Prof. Dr. W. Weil
Mathematisches Institut II

Lineare Algebra und Analytische Geometrie II für die Fachrichtung Informatik

6. Übungsblatt

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Gegeben sei die reelle

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Zeigen Sie, dass A^3 die Nullmatrix ist. Was folgt daraus für das charakteristische Polynom von A?

b) Bestimmen Sie die Jordansche Normalform $\tilde{A}$ von A.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

a) Es sei A eine quadratische reelle Matrix mit charakteristischem Polynom

$$p = (c_1 - X)^6 (c_2 - X)^6 (c_3 - X)^3$$

und Minimalpolynom

$$m = (c_1 - X)^s (c_2 - X)^2 (c_3 - X).$$

Dabei seien $c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}$ paarweise verschieden und $1 \leq s \leq 6$. Es gelte $\dim E_{c_1} = 5$ und $\dim E_{c_2} = 4$. Geben Sie die Jordansche Normalform von A an.

b) Es sei B eine quadratische reelle Matrix mit charakteristischem Polynom

$$p = (c_1 - X)^6 (c_2 - X)^7 (c_3 - X)^3,$$

wobei $c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}$ paarweise verschieden seien.
Außerdem gelte $\dim E_{c_1} = 3$, $\dim E_{c_2} = 4$, $\dim E_{c_3} = 2$. Weiterhin gebe es genau ein Jordankästchen der Länge 2 zum Eigenwert c_1 und mindestens ein Jordankästchen der Länge 3 zum Eigenwert c_2.
Geben Sie die Jordansche Normalform und das Minimalpolynom von B an.

ABGABE bis Montag, den 23. Mai 2005, 12.00 Uhr in die Einwurfschlitze im Kollegiengebäude Mathematik, 3. OG, neben Seminarraum S 32. Heften Sie die zur Abgabe bestimmten Blätter zusammen, und versehen Sie diese mit Ihrem **Namen**, Ihrer **Matrikelnummer** und der **Gruppennummer** Ihres Tutoriums.