Universität Karlsruhe (TH)
Mathematisches Institut II

Prof. Dr. W. Weil

Lineare Algebra und Analytische Geometrie II für die Fachrichtung Informatik

8. Übungsblatt

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Es seien $n \in \mathbb{N}$ und V der Vektorraum des reellen (n,n)-Matrizen. Weiter sei

$$\langle A, B\rangle := \operatorname{Spur}(A^\top B), \quad A, B \in V.$$

a) Zeigen Sie, dass durch $\langle \cdot, \cdot \rangle$ ein Skalarprodukt auf V definiert wird.

b) Es seien $\| \cdot \|_0$ die durch $\langle \cdot, \cdot \rangle$ induzierte Norm auf V und $\| \cdot \|$ die durch das Standardskalarprodukt erzeugte Norm auf $\mathbb{R}^n$. Zeigen Sie, dass

$$\|Ax\| \le \|A\|_0 \, \|x\|$$

für alle $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ und $x \in \mathbb{R}^n$ gilt.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Es seien V ein reeller Vektorraum und $\langle \cdot, \cdot \rangle_1$, $\langle \cdot, \cdot \rangle_2$ zwei Skalarprodukte auf V. Für alle $x, y \in V$ gelte

$$\langle x, y\rangle_1 = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \langle x, y\rangle_2 = 0.$$

Zeigen Sie, dass es eine Konstante $c > 0$ gibt mit der Eigenschaft

$$\langle x, y\rangle_1 = c \, \langle x, y\rangle_2$$

für alle $x, y \in V$.

ABGABE bis Montag, den 06. Juni 2005, 12.00 Uhr in die Einwurfschlitze im Kollegiengebäude Mathematik, 3. OG, neben Seminarraum S 32. Heften Sie die zur Abgabe bestimmten Blätter zusammen, und versehen Sie diese mit Ihrem **Namen**, Ihrer **Matrikelnummer** und der **Gruppennummer** Ihres Tutoriums.