Universität Karlsruhe (TH) Prof. Dr. W. Weil
Mathematisches Institut II

Lineare Algebra und Analytische Geometrie II für die Fachrichtung Informatik

9. Übungsblatt

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Im $\mathbb{R}^3$ sei durch

$$\beta_{a,b}(x,y) := x^\top \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & b & a \\ 1 & a & 3 \end{pmatrix} y, \quad x, y \in \mathbb{R}^3,$$

eine symmetrische Bilinearform $\beta_{a,b}$ in Abhängigkeit von $a, b \in \mathbb{R}$ gegeben.

a) Bestimmen Sie $M := \{(a,b) \in \mathbb{R}^2 \mid \beta_{a,b} \text{ ist ein Skalarprodukt}\}$.

b) Sei nun $b = 2$. Bestimmen Sie $a \in M$ so, dass $x = (2,-1,-1)$ und $y = (2,2,-1)$ bezüglich β_a senkrecht aufeinander stehen.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Sei $A = ((a_{ij})) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine positiv definite und symmetrische Matrix. Zeigen Sie:

$$\det A \leq a_{11} \cdot \dots \cdot a_{nn},$$

und Gleichheit gilt genau dann, wenn A eine Diagonalmatrix ist.

ABGABE bis Montag, den 13. Juni 2005, 12.00 Uhr in die Einwurfschlitze im Kollegiengebäude Mathematik, 3. OG, neben Seminarraum S 32. Heften Sie die zur Abgabe bestimmten Blätter zusammen, und versehen Sie diese mit Ihrem **Namen**, Ihrer **Matrikelnummer** und der **Gruppennummer** Ihres Tutoriums.