Universität Karlsruhe (TH)
Mathematisches Institut II

Prof. Dr. W. Weil

Lineare Algebra und Analytische Geometrie II für die Fachrichtung Informatik

12. Übungsblatt

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Es seien V ein euklidischer Vektorraum, $U \subset V$ ein Untervektorraum und π ein Endomorphismus von V. Zeigen Sie, dass folgende drei Aussagen äquivalent sind:

(i) π ist Orthogonalprojektion auf U.

(ii) π ist Projektion auf U und für alle $x, y \in V$ gilt $\|\pi(x) - \pi(y)\| \leq \|x - y\|$.

(iii) π ist Projektion auf U und für alle $x \in V$ gilt $\|\pi(x)\| \leq \|x\|$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Im euklidischen Vektorraum $\mathbb{R}^5$ versehen mit dem Standardskalarprodukt seien zwei Ebenen E_1, E_2 gegeben durch

$$E_1 := \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} + [\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}], E_2 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + [\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}].$$

Berechnen Sie den Abstand von E_1 und E_2 sowie Lotfußpunkte $y_1 \in E_1$ und $y_2 \in E_2$ mit $d(y_1, y_2) = d(E_1, E_2)$.

ABGABE bis Montag, den 04. Juli 2005, 12.00 Uhr in die Einwurfschlitze im Kollegiengebäude Mathematik, 3. OG, neben Seminarraum S 32. Heften Sie die zur Abgabe bestimmten Blätter zusammen, und versehen Sie diese mit Ihrem **Namen**, Ihrer **Matrikelnummer** und der **Gruppennummer** Ihres Tutoriums.