

Beispiel : Transportproblem

Gegeben : 3 Erzbergwerke E_1, E_2, E_3
2 Hochöfen H_1, H_2

Erzförderung $E_1 : 1500\text{t}$
 $E_2 : 2000\text{t}$ pro ZE
 $E_3 : 1000\text{t}$

Verhüttungskapazität $H_1 : 2000\text{t}$ pro ZE
 $H_2 : 2500\text{t}$

Transportkosten pro Tonne (in €)

	E_1	E_2	E_3
H_1	100	120	140
H_2	80	90	150

⇒ LP (in leicht reduzierter Form.)

$$f(x) = 10x_{11} + 8x_{12} + 12x_{21} + 9x_{22} + 14x_{31} + 15x_{32}$$

(soll minimiert werden)

$$x_{11} + x_{12} = 15$$

$$x_{21} + x_{22} = 20$$

$$x_{31} + x_{32} = 10$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 20$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 25$$

Wie wir wissen, folgt die 5. Gleichg. aus den ersten vier Gleichg., sie wird deshalb gestrichen!

Anwendung der 2-Phasen-Methode

erfordert 4 neue Variable y_1, \dots, y_4 mit Zielfunktion

$$\tilde{f}(y, x) = y_1 + \dots + y_4 = \min.$$

Tableaus:

y_1	y_2	y_3	y_4	x_{11}	x_{12}	x_{21}	x_{22}	x_{31}	x_{32}	b
1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	15
0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	20
0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	10
0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	20
0	0	0	0	-2	-1	-2	-1	-2	-1	-65
1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	15
0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	20
0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	10
0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	20
0	1	0	0	-2	-1	-1	0	-2	-1	-45
1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	15
0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	20
0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	10
0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	20
1	1	0	0	-1	0	-1	0	-2	-1	-30
1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	15
0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	20
0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	10
0	-1	0	1	1	0	0	-1	1	0	0
1	2	0	0	-1	0	0	1	-2	-1	-10

Die Ecke zu diesem Tableau ist nun degeneriert. Mit dem gewählten Pivot-Element wird sie nicht verändert, nur die Basis wird getauscht.

y_1	y_2	y_3	y_4	x_{11}	x_{12}	x_{21}	x_{22}	x_{31}	x_{32}	b
1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	15
0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	20 20
0	1	1	-1	-1	0	0	1	0	1	10 10
0	-1	0	1	1	0	0	-1	1	0	0
1	0	0	2	1	0	0	-1	0	-1	-10
1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	15
0	0	-1	1	1	0	1	0	0	-1	10
0	1	1	-1	-1	0	0	1	0	1	10
0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	10
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0

⇒ Lösung $(0, 0, 0, 0, 0, 15, 10, 10, 10, 0)$

⇒ Ecke des Transportproblems ist $(0, 15, 10, 10, 10, 0)$

Ausgangstableau

x_{11}	x_{12}	x_{21}	x_{22}	x_{31}	x_{32}	b
1	1	0	0	0	0	15
1	0	1	0	0	-1	10
-1	0	0	1	0	1	10
0	0	0	0	1	1	10
-1	0	0	0	0	4	-47

Lösungsecke

$(10, 5, 0, 20, 10, 0)$

$f_{\min} = 460$

0	1	-1	0	0	1	5
1	0	1	0	0	-1	10
0	0	1	1	0	0	20
0	0	0	0	1	1	10
0	0	1	0	0	3	-460

Endergebnis:

Minimale Transportkosten 4600 €

Transportplan:

E_1	1000 t 500 t	nach H_1 nach H_2
E_2	0 t 2000 t	nach H_1 nach H_2
E_3	1000 t 0 t	nach H_1 nach H_2