Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie

Prof. Dr. W. Weil
Dipl.-Math. oec. M. Hörig

Optimierungstheorie

1. Übungsblatt – Sommersemester 2009

1. Aufgabe (4 Punkte)

Schreiben Sie das LP

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & x_2 & - & 2x_3 & = & \min \\ 2x_1 & - & x_2 & + & 3x_3 & \le & 1 \\ -x_1 & & & + & x_3 & \ge & -1 \\ 3x_1 & + & x_2 & - & 2x_3 & = & 5 \\ & & & & x_1 & \ge & 0 \end{array}$$

in der Form

$$\boxed{\begin{array}{rcl} f(x) & = & \max \\ Ax & = & b \\ x & \ge & 0 \end{array}}$$

2. Aufgabe (4 Punkte)

Gegeben sei das LP

$$\begin{array}{rcrcrcr} -x_1 & + & (4-\beta)x_2 & - & 2x_3 & = & \min \\ x_1 & - & 3x_2 & + & 3x_3 & \ge & -2 \\ & & 2x_2 & - & x_3 & \ge & -3 \\ 2x_1 & - & 5x_2 & + & 3x_3 & \le & 4 \\ x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & = & 1 \\ & & & & x_1,\ x_2,\ x_3 & \ge & 0 \end{array}$$

mit dem reellen Parameter β.

Bestimmen Sie alle $\beta \in \mathbb{R}$, für die (LP) lösbar ist und geben Sie für diese β die Menge aller Lösungen von (LP) an.

Hinweis: Reduzieren Sie das Problem auf ein LP im $\mathbb{R}^2$ und lösen Sie dieses graphisch.

3. Aufgabe (4 Punkte)

Beweisen Sie den *Satz von Radon*: Es sei $A = \{x^1, \dots, x^k\}$ eine Teilmenge des $\mathbb{R}^n$ mit $k \ge n+2$ Elementen. Dann gibt es eine Zerlegung von A in zwei disjunkte Teilmengen A_1 und A_2, sodass $\operatorname{conv} A_1 \cap \operatorname{conv} A_2 \neq \emptyset$ gilt.

Hinweis: Lösen Sie ein geeignetes homogenes LGS.

4. Aufgabe (4 Punkte)

Beweisen Sie den *Satz von Carathéodory*: Es seien M eine n-dimensionale Teilmenge des $\mathbb{R}^n$ und $x \in \operatorname{conv} M$. Dann gibt es $k \leq n+1$ affin unabhängige Punkte $a^1, \ldots, a^k \in M$ mit $x \in \operatorname{conv}\{a^1, \ldots, a^k\}$.

Hinweis: Benutzen Sie den Satz von Radon.

ABGABE bis Dienstag, den 28. April 2009, 11:30 Uhr in den gekennzeichneten Einwurfkasten im (alten) Kollegiengebäude Mathematik, 3. OG, neben Zimmer 328.1. Heften Sie die zur Abgabe bestimmten Blätter zusammen, und versehen Sie diese mit Ihrem **Namen** und Ihrer **Matrikelnummer**. Die Lösungen sind selbständig zu formulieren und in handschriftlicher Form (keine Kopie, kein Computerausdruck) einzureichen. Einen (benoteten) Übungsschein erhalten Sie, wenn Sie am Ende mindestens ein Drittel der auf den Übungsblättern erreichbaren Punkte gesammelt haben.

Auf der Seite

`http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/iag4/lehre/optim2009s`

finden Sie weitere Informationen und Unterlagen zur Vorlesung.