Universität Karlsruhe (TH) Prof. Dr. W. Weil
Institut für Algebra und Geometrie Dipl.-Math. oec. M. Hörig

Optimierungstheorie

8. Übungsblatt – Sommersemester 2009

29. Aufgabe (4 Punkte)
Gegeben seien m Bewerber $B_1, \dots, B_m$ und n Posten $P_1, \dots, P_n$. Jeder Bewerber kann höchstens einen Posten erhalten und jeder Posten kann an höchstens einen Bewerber vergeben werden. Entscheidend für die Vergabe des Postens ist die Qualifikation des Bewerbers. Es sei für $i = 1, \dots, m,\ j = 1, \dots, n$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{falls der } i\text{-te Bewerber für den } j\text{-ten Posten geeignet} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Die Posten werden nur an dafür qualifizierte Bewerber vergeben. Es sollen möglichst viele Posten besetzt werden.
Formulieren Sie diese Optimierungsaufgabe zum einen als Zuordnungsproblem und zum anderen als Netzwerkflussproblem und zeigen Sie die Äquivalenz beider.

30. Aufgabe (4 Punkte)
Als Lucky Luke an diesem Abend nach Hause kommt, sieht er sofort, dass die Dalton Brüder hier waren: Es fehlen der Revolver, das Sparschwein, eine Whiskeyflasche und der Sonntagsbraten.
Lucky Luke ist sich sicher, dass jeder der vier Daltons genau einen Gegenstand geklaut hat. Den Revolver kann nur Joe genommen haben, um eine Bank zu berauben, oder Avarell, um im Saloon ein Abendessen zu ergaunern. Die Whiskeyflasche hat sicherlich einer der beiden älteren Daltons mitgehen lassen; das Sparschwein muss wohl einer der beiden jüngeren mitgenommen haben. Nach einigem Nachdenken stellt Lucky Luke noch fest, dass Avarell bestimmt Hunger bekommen, und sich den Braten genehmigt hat.

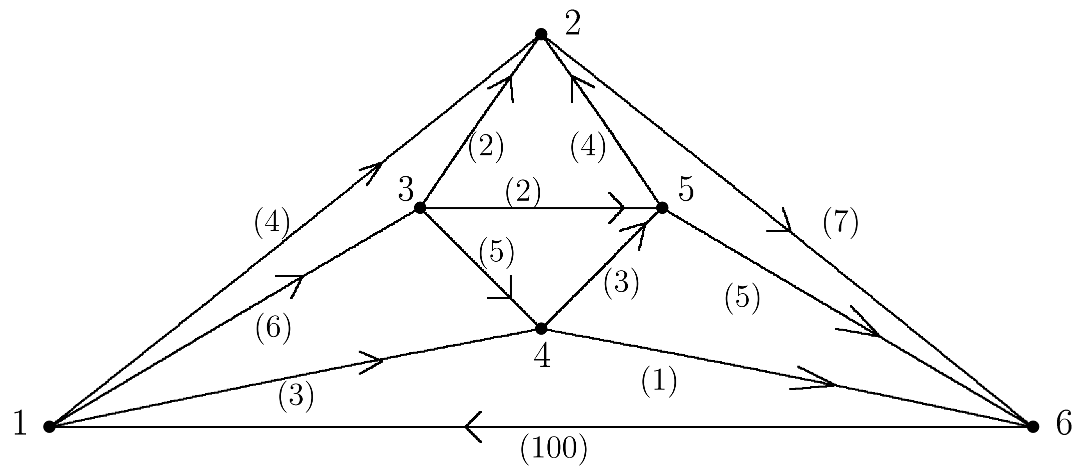
Lucky Luke möchte nun gerne wissen, welcher der Daltons welchen Gegenstand genommen hat. Formulieren Sie dieses Problem als spezielles Zuordnungsproblem und lösen Sie es anschließend mit Hilfe von Aufgabe 29 und dem Markierungsalgorithmus.

Hinweis: Die vier Daltons, geordnet nach aufsteigendem Alter (und, was das gleiche ist, nach absteigender Intelligenz) sind Joe, Jack, William und Avarell.

31. Aufgabe (4 Punkte)
Es sei $m \in \mathbb{N}$. Ein Graph $G = (\mathcal{K}, \mathcal{C})$ bestehend aus einer endlichen Menge $\mathcal{K}$ von Knoten und einer Menge $\mathcal{C}$ von Kanten (d.h. nichtorientierte Bögen) heißt *m–zusammenhängend*, wenn gilt: Nimmt man m beliebige Kanten $K_1, \ldots, K_m$ aus $\mathcal{C}$ heraus, so ist der Restgraph $G' = (\mathcal{K}, \mathcal{C} \setminus \{K_1, \ldots, K_m\})$ zusammenhängend, d.h. je zwei Knoten von G' lassen sich durch einen Kantenzug aus $\mathcal{C} \setminus \{K_1, \ldots, K_m\}$ verbinden.

Beweisen Sie mit Hilfe des Satzes von Ford–Fulkerson: Ist $G = (\mathcal{K}, \mathcal{C})$ ein m–zusammenhängender Graph, dann gibt es zu je zwei Knoten A und B aus $\mathcal{K}$ mindestens $m + 1$ paarweise disjunkte Kantenzüge aus $\mathcal{C}$, die A und B verbinden.

32. Aufgabe (4 Punkte)
Bestimmen Sie den maximalen Fluss in folgendem Netzwerk unter Verwendung des Markierungsalgorithmus. Verwenden Sie den trivialen Fluss $X \equiv 0$ als Startfluss.



Die eingeklammerten Zahlen an den Bögen geben die Kapazität an.

Die Klausur zur Vordiplomprüfung für Wirtschaftsmathematiker/innen findet am **21. September 2009** von **14:00 Uhr bis 16:00 Uhr** im **Gerthsen Hörsaal** (Gebäude 30.21) statt. Die Klausur kann für andere Fachrichtungen als studienbegleitende Prüfung geschrieben werden. Zur Klausuranmeldung:

- **Wirtschaftsmathematik:** Anmeldung bis zum 17. August bei Dr. Markus Neher.
- **andere Studiengänge:** Anmeldung vom 13. Juli bis zum 2. September *nur an den Tagen Montag, Dienstag und Mittwoch zwischen 9:15 Uhr und 11:15 Uhr* bei Frau Peters in Zimmer 4A.16 im Allianzgebäude.

Bei Fragen wenden Sie sich bitte an Mario Hörig, Zimmer 4A-19.2 im Allianzgebäude, eMail: Hoerig@math.uni-karlsruhe.de, Sprechstunde: Donnerstag, 10:00 Uhr bis 11:45 Uhr.

ABGABE bis Dienstag, den 16. Juni 2009, 11:30 Uhr in den gekennzeichneten Einwurfkasten im (alten) Kollegiengebäude Mathematik, 3. OG, neben Zimmer 328.1.