

Optimierungstheorie

9. Übungsblatt – Sommersemester 2009

33. Aufgabe (4 Punkte)

- (a) Gegeben sei ein *symmetrisches Spiel*, d.h. ein Zweipersonen–Nullsummenspiel mit schief-symmetrischer Auszahlungsmatrix C . Zeigen Sie:

Genau dann sind die Strategien x^0 bzw. y^0 optimale Strategien für die Spieler P_1 bzw. P_2 , wenn $Cx^0 \leq 0$ bzw. $Cy^0 \leq 0$ gilt.

- (b) Finden Sie unter Verwendung von (a) alle optimalen Strategien in dem folgenden symmetrischen Spiel: Zwei Spieler zeigen beide auf Kommando einen, zwei oder drei Finger ihrer rechten Hand und gleichzeitig rät jeder Spieler, ob sein Gegner eine gerade oder eine ungerade Anzahl von Fingern zeigt. Die Auszahlung ist Null, wenn beide Spieler richtig oder beide falsch raten. Hat nur ein Spieler richtig geraten, so erhält er vom anderen die Gesamtzahl der von beiden gezeigten Finger in Euro ausbezahlt.

34. Aufgabe (4 Punkte)

Der Spieler P_2 hat die Karten \spadesuit –As, \diamond –As und \diamond –2; der Spieler P_1 die Karten \spadesuit –As, \diamond –As, \spadesuit –2. Im folgenden Spiel zählt ein As einen und eine 2 zwei Punkte.

P_1 und P_2 spielen nun das folgende Spiel: Gleichzeitig legen beide Spieler eine ihrer drei Karten offen auf den Tisch. P_2 gewinnt, wenn beide Karten die gleiche Farbe haben, sonst gewinnt P_1 . Der Gewinner erhält vom Verlierer den Wert der Karte, die der Gewinner gelegt hat, als Geldbetrag ausgezahlt. Die Auszahlungsmatrix hat also die Gestalt:

P_2	P_1	\diamond –As	\spadesuit –As	\spadesuit –2
\diamond –As		1	–1	–2
\spadesuit –As		–1	1	1
\diamond –2		2	–1	–2

Bestimmen Sie mit der Simplexmethode optimale Strategien $y = (y_1, y_2, y_3)$ für P_2 und $x = (x_1, x_2, x_3)$ für P_1 und den Wert des Spiels.

35. Aufgabe (4 Punkte)

Gegeben sei ein 2-Personen-Nullsummenspiel mit der Auszahlungsmatrix C .

- (a) Für $i \in \{1, \dots, m\}$ sei $C^{(i)}$ diejenige Matrix, die aus C durch Streichen der i -ten Zeile entsteht. (Das Streichen der i -ten Zeile bedeutet, dass Spieler P_2 auf die Aktion a_i verzichtet!)

Zeigen Sie:

Ist die i -te Zeile kleiner oder gleich einer Konvexkombination der übrigen, so ergibt jede optimale Strategie $(y_1, \dots, y_{i-1}, y_{i+1}, \dots, y_m)$ von P_2 bezüglich $C^{(i)}$ eine optimale Strategie $(y_1, \dots, y_{i-1}, 0, y_{i+1}, \dots, y_m)$ bezüglich C .

- (b) Formulieren Sie die analoge Aussage für Spieler P_1 .

36. Aufgabe (4 Punkte)

Ein Geldanleger will unter Einsatz einer bestimmten Summe an der Börse mit 4 Wertpapieren spekulieren. Diese haben in der Vergangenheit in drei verschiedenen Konjunktursituationen jeweils die in der folgenden Tabelle aufgeführten Gewinne bzw. Verluste gebracht:

Wertpapier	Konjunktursituation		
	A	B	C
1	1	7	5
2	8	4	-2
3	5	2	1
4	6	2	-4

Unter der Annahme, dass in der Zukunft nur diese drei Konjunktursituationen auftreten können, aber keine Voraussage möglich ist, errechne man mit Hilfe von Aufgabe 35 eine optimale Aufteilung der Summe auf die einzelnen Wertpapiere.

ABGABE bis Dienstag, den 23. Juni 2009, 11:30 Uhr in den gekennzeichneten Einwurfbüchsen im (alten) Kollegengebäude Mathematik, 3. OG, neben Zimmer 328.1.