

Musterlösungen zum 4. Übungsblatt Optimierungstheorie SS09

16. Aufgabe

Es sein x_1, x_2, x_3 die Mengen an Schwarzbier, Urquell bzw. Gaußthaler in Liter, die Rudi pro Tag konsumiert. Rudis Optimierungsproblem läßt sich dann als LP formulieren:

$f = 1,5x_1 + 1,1x_2 + 2,4x_3 = \min$	
$x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 2$	(Folsäure)
$15x_1 + 7x_2 + 2x_3 \geq 14$	(Phosphor)
$72x_1 + 64x_2 + 36x_3 \geq 125$	(Alkohol)
$-x_1 - 13x_2 - 2x_3 \geq -14$	(Schlechtin)
$-3x_1 - 7x_2 - 40x_3 \geq -12$	(Übelin)
$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$	

(DP)

Wir bezeichnen dieses Problem als (DP), da es das duale Programm von

$g = 2u_1 + 14u_2 + 125u_3 - 14u_4 - 12u_5 = \max$	
$u_1 + 15u_2 + 72u_3 - u_4 - 3u_5 \leq 1,5$	
$u_1 + 7u_2 + 64u_3 - 13u_4 - 7u_5 \leq 1,1$	
$2u_1 + 2u_2 + 36u_3 - 2u_4 - 40u_5 \leq 1,2$	
$u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 \geq 0.$	

(PP)

ist. Ein zulässiger Punkt von (DP) ist $x^0 = \frac{1}{17}(15, 17, 1)^\top$.

Ein zulässiger Punkt von (PP) ist $u^0 = (\frac{403}{255}, 0, 0, \frac{7}{255}, \frac{3}{170})^\top$.

Dann gilt

$$f(x^0) = \frac{218}{85}, \quad g(u^0) = \frac{218}{85},$$

also sind x^0 und u^0 nach dem Dualitätssatz sogar Lösungen von (DP) bzw. (PP). Rudi trinkt also $\frac{15}{17} \approx 0.88$ Liter Schwarzbier, einen Liter Urquell und $\frac{1}{17} \approx 0.06$ Liter Gaußthaler am Tag und muß dafür $\frac{218}{85} \approx 2,56$ Euro ausgeben.