

Lösungen zum 7. Übungsblatt Optimierungstheorie SS 09

28. Aufgabe

Das TP hat die Form

$$f(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} = \min$$

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} &= 4 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} &= 11 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} &= 5 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} &= 7 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} &= 6 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} &= 7 \\ x_{ij} &\geq 0, \quad i, j = 1, \dots, 3. \end{aligned}$$

Die NW-Eckenregel liefert die Anfangsecke

	B_1	B_2	B_3
A_1	4		
A_2	3	6	2
A_3			5,

also

$$x^0 = (x_{11}^0, x_{12}^0, x_{13}^0, x_{21}^0, \dots, x_{33}^0) := (4, 0, 0, 3, 6, 2, 0, 0, 5),$$

es gilt $f(x^0) = 89$.

Wir bestimmen das Anfangstableau:

x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	
1	1	1	0	0	0	0	0	0	4
0	0	0	1	1	1	0	0	0	11
0	0	0	0	0	0	1	1	1	5
1	0	0	1	0	0	1	0	0	7
0	1	0	0	1	0	0	1	0	6
0	0	1	0	0	1	0	0	1	7

x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	
1	1	1	0	0	0	0	0	0	4
0	0	1	0	0	1	-1	-1	0	2
0	0	0	0	0	0	1	1	1	5
0	-1	-1	1	0	0	1	0	0	3
0	1	0	0	1	0	0	1	0	6
0	0	0	0	0	0	1	1	1	5

Da 3. und 6. Zeile gleich sind, können wir die 6. streichen. Jetzt benutze den Simplex-Algorithmus (Beispiel für f_{ij} -Berechnung: $f_{12} = 2 - (7 - 4 + 3)$):

$$\downarrow$$

x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{31}	x_{32}	x_{33}		
1	1	1	0	0	0	0	0	0	4	4/1
0	0	1	0	0	1	-1	-1	0	2	
0	0	0	0	0	0	1	1	1	5	
0	-1	-1	1	0	0	1	0	0	3	
0	1	0	0	1	0	0	1	0	6	6/1
0	-4	-6	0	0	0	10	8	0	-89	

$$\downarrow$$

x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{31}	x_{32}	x_{33}		
1	1	1	0	0	0	0	0	0	4	4/1
0	0	1	0	0	1	-1	-1	0	2	2/1
0	0	0	0	0	0	1	1	1	5	
1	0	0	1	0	0	1	0	0	7	
-1	0	-1	0	1	0	0	1	0	2	
4	0	-2	0	0	0	10	8	0	-73	

x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{31}	x_{32}	x_{33}		
1	1	0	0	0	-1	1	1	0	2	
0	0	1	0	0	1	-1	-1	0	2	
0	0	0	0	0	0	1	1	1	5	
1	0	0	1	0	0	1	0	0	7	
-1	0	0	0	1	1	-1	0	0	4	
4	0	0	0	0	2	8	6	0	-69	

\Rightarrow Lösung ist $x^* = (0, 2, 2, 7, 4, 0, 0, 0, 5)$ mit $f(x^*) = 69$.

Somit liefert Karl je 2 Kuckucksuhren nach Heidelberg und Neuschwanstein, Joseph 7 Uhren nach Trifels und 4 nach Heidelberg. Die 5 Uhren von Schorsch gehen alle nach Neuschwanstein.