KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE
INSTITUT FÜR ALGEBRA UND GEOMETRIE

PROF. DR. W. WEIL
DIPL.-MATH. OEC. M. HÖRIG

Stochastische Geometrie

6. Übungsblatt

18. Aufgabe

Für $C \in \mathcal{C}'$ bezeichnen $c(C)$ und $r(C)$ den Mittelpunkt bzw. Radius der (eindeutig bestimmten) Umkugel von C. Zeigen Sie, dass die Abbildungen

$$\begin{array}{rccc} r: & \mathcal{C}' & \to & [0,\infty) \\ & C & \mapsto & r(C), \end{array}$$

und

$$\begin{array}{rccc} c: & \mathcal{C}' & \to & \mathbb{R}^n \\ & C & \mapsto & c(C) \end{array}$$

stetig bezüglich der Hausdorff-Metrik d sind.

19. Aufgabe

Seien X ein stationärer Poissonprozess mit Intensität $\gamma > 0$ und

$$\mathbb{Q} := \delta_C,$$

mit $C \in \mathcal{C}_0$. Weiterhin seien Z das von X und $\mathbb{Q}$ generierte Boolesche Model und $K \in \mathcal{K}$ ein beliebiger konvexer Körper mit $0 \in K$. Berechnen Sie $H^{(K)}(x,r)$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$ und $r \in [0,\infty)$.

Hinweis: Die Definition von $H^{(K)}(x,r)$ finden Sie in Aufgabe 6 auf dem zweiten Übungsblatt.

20. Aufgabe

Seien $Z_1, Z_2, \ldots$ unabhängige und identisch verteilte zufällige abgeschlossene Mengen und X ein Punktprozess in $\mathbb{R}^n$, so dass $X, Z_1, Z_2, \ldots$ unabhängig sind. Weiterhin seien

$$X = \{\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_{X(\mathbb{R}^n)}\} = \{\bar{\xi}_1, \bar{\xi}_2, \ldots, \bar{\xi}_{X(\mathbb{R}^n)}\}$$

zwei unterschiedliche (messbare) Abzählungen von X. Zeigen Sie, dass

$$\bigcup_{i=1}^{X(\mathbb{R}^n)} (\xi_i + Z_i) =: Z \quad \sim \quad \bar{Z} := \bigcup_{i=1}^{X(\mathbb{R}^n)} (\bar{\xi}_i + Z_i)$$

gilt.

Die Besprechung dieses Blattes erfolgt in der nächsten Übung am 26. Mai