KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE
INSTITUT FÜR ALGEBRA UND GEOMETRIE

PROF. DR. W. WEIL
DIPL.-MATH. OEC. M. HÖRIG

Stochastische Geometrie

8. Übungsblatt

24. Aufgabe

a) Seien $u_0 \in S^{n-1}$ ein beliebiger Einheitsvektor und $\alpha \in (0,1)$. Zeigen Sie, dass es konvexe Körper K_1 bzw. K_2 gibt, deren Oberflächenmaße gerade

$$\mu_1(A) := \int\limits_A \mathbb{1}_{\{v \in S^{n-1} : |\langle v, u_0 \rangle| \leq \alpha\}}(u)\, d\omega_{n-1}(u), \quad A \in \mathcal{B}(S^{n-1}),$$

bzw.

$$\mu_2(A) := \int\limits_A \mathbb{1}_{\{v \in S^{n-1} : |\langle v, u_0 \rangle| > \alpha\}}(u)\, d\omega_{n-1}(u), \quad A \in \mathcal{B}(S^{n-1}),$$

sind.

b) Sei X ein stationärer Poissonprozess mit Intensität $\gamma > 0$ und

$$\mathbb{Q} := \frac{1}{2}\delta_{K_1} + \frac{1}{2}\delta_{K_2}$$

mit $K_1, K_2 \in \mathcal{K}$ aus a). Zeigen Sie, dass der Projektionenkörper des Blaschke-Körpers des Booleschen Modells Z, das von X und $\mathbb{Q}$ generiert wird, eine Kugel ist, obwohl Z nicht isotrop ist.

25. Aufgabe

Sei Z das Boolesche Modell aus Aufgabe 19. Berechnen Sie $\mathbb{E}\big(V_n(S_0(Z)) \mid 0 \notin Z\big)$ für $C := [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]^n$.

26. Aufgabe

Seien $B := B(u) \subset \mathbb{R}^3$ die Einheitskreisscheibe mit äußerem Normalenvektor $u \in S^2$ und Z ein stationäres Boolesches Modell im $\mathbb{R}^3$. Bestimmen Sie die Kontaktverteilungsfunktion $H^{(B)}$ von Z. Welche Größen des zugrundeliegenden Partikelprozesses X lassen sich damit bestimmen?

Die Besprechung dieses Blattes erfolgt in der nächsten Übung am 16. Juni.