Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie

Prof. Dr. W. Tuschmann
J.-B. Kordaß M.Sc.

Differentialgeometrie (WS 2016)

Übungsblatt 9

Aufgabe 1.
Es sei M eine glatte Mannigfaltigkeit. Weiter sei die Menge

$$\hat{M} := \dot{\bigcup}_{p \in M} \{\mu_p \mid \mu_p \text{ ist Orientierung von } \mathrm{T}_p M\}.$$

zusammen mit der Abbildung $\pi\colon \hat{M} \to M,\ \mu_p \mapsto p$ gegeben.

Zeigen Sie, dass $\hat{M}$ sich mit der Struktur einer differenzierbaren Mannigfaltigkeit versehen lässt und $\pi\colon \hat{M} \to M$ eine glatte Überlagerung von M definiert. Diese wird als *Orientierungsüberlagerung* von M bezeichnet.

Aufgabe 2.
Es sei $\pi\colon \hat{M} \to M$ die Orientierungsüberlagerung einer glatten Mannigfaltigkeit M. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen gelten:

(1) $\hat{M}$ ist orientierbar.

(2) M ist genau dann orientierbar, wenn die Überlagerung $\pi\colon \hat{M} \to M$ als Faserbündel trivial ist.

Aufgabe 3.
Zeigen Sie, dass jede einfach zusammenhängende Mannigfaltigkeit orientierbar ist.