Institut für Algebra und Geometrie

Dr. S. Grensing
Dr. M. Wiemeler
Dipl.-Math. M. Herrmann

# Differentialgeometrie

**WS 2012/13**

## Übungsblatt 13

---

### Aufgabe 1

Es seien $2 \leq p \in \mathbb{N}$ und $1 \leq q_1, \ldots, q_k < p$ zu $p$ teilerfremde natürliche Zahlen. Zeigen Sie, dass die Gruppe der $p$-ten Einheitswurzeln $E_p = \{z \in \mathbb{C} \mid z^p = 1\}$ durch

$$z.(z_1, \ldots, z_k) := (z^{q_1} z_1, \ldots z^{q_k} z_k)$$

frei und eigentlich diskontinuierlich auf $\mathrm{S}^{2k-1} = \{(z_1, \ldots, z_k) \in \mathbb{C}^k \mid \sum_{i=1}^k |z_i|^2 = 1\}$ operiert. Die Quotientenmannigfaltigkeit $L(p, q_1, \ldots, q_k) = \mathrm{S}^{2k-1}/E_p$ nach dieser Wirkung wird *Linsenraum* vom Typ $(p, q_1, \ldots, q_k)$ genannt.

### Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass es auf $\mathrm{T}^n$ keine Riemannsche Metrik mit positiver Schnittkrümmung gibt.

### Aufgabe 3

Es seien $M, M_1, M_2$ zusammenhängende Riemannsche Mannigfaltigkeiten und $\pi_i : M \to M_i$ Riemannsche universelle Überlagerungen mit Decktransformationsgruppen $\Gamma_i$ $(i = 1, 2)$. Zeigen Sie, dass $M_1$ und $M_2$ genau dann isometrisch sind, wenn es eine Isometrie $\hat{\varphi} : M \to M$ gibt, so dass $\Gamma_1 = \hat{\varphi}\Gamma_2\hat{\varphi}^{-1}$.

Abgabe in der Vorlesung am Freitag, den 01.02.2013