Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie

Dr. S. Grensing
Dr. M. Wiemeler
Dipl.-Math. M. Herrmann

Differentialgeometrie **WS 2012/13**

Übungsblatt 5

Es sei stets M eine glatte n-dimensionale Mannigfaltigkeit.

Aufgabe 1

Beweisen Sie Proposition 5.4 der Vorlesung: Die (r, s)-Tensorfelder auf M entsprechen genau den $C^\infty(M)$-multilinearen Abbildungen

$$\underbrace{\mathcal{V}^*(M) \times \cdots \times \mathcal{V}^*(M)}_{r\text{-mal}} \times \underbrace{\mathcal{V}(M) \times \cdots \times \mathcal{V}(M)}_{s\text{-mal}} \to C^\infty(M)$$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie, welche der folgenden auf $\mathbb{R}^3$ definierten Differentialformen geschlossen und welche exakt sind:

(a) $\omega_1 = yzdx + xzdy + xydz$

(b) $\omega_2 = y^2dx + x^3yzdy + x^2ydz$

(c) $\omega_3 = xdx + x^2y^2dy + yzdz$

(d) $\omega_4 = 2xy^2\, dx \wedge dy + z\, dy \wedge dz$

Aufgabe 3

Es sei $\vartheta : \mathrm{S}^1 \setminus \{1\} \to (0, 2\pi), e^{i\vartheta} \mapsto \vartheta$. Zeigen Sie, dass sich $d\vartheta$ auf ganz S^1 fortsetzen lässt.

Abgabe in der Vorlesung am Freitag, den 23.11.2012.