Institut für Algebra und Geometrie

Dr. S. Grensing
Dr. M. Wiemeler
Dipl.-Math. M. Herrmann

Differentialgeometrie

WS 2012/13

Übungsblatt 8

Aufgabe 1

Es sei E ein Vektorbündel über M mit kovarianter Ableitung ∇. Zeigen Sie, daß

$$\begin{aligned} R : \mathcal{V}(M) \times \mathcal{V}(M) \times \Gamma(E) &\longrightarrow \Gamma(E) \\ R(X,Y)S &= \nabla_X \nabla_Y S - \nabla_Y \nabla_X S - \nabla_{[X,Y]} S \end{aligned}$$

eine $\mathrm{C}^\infty(M)$-multilineare Abbildung ist.

Aufgabe 2

Es sei (M,g) eine Riemannsche Mannigfaltigkeit und R der Krümmungstensor des Levi-Civita-Zusammenhanges auf M. Zeigen Sie, daß für alle $X, Y, Z, W \in \mathcal{V}(M)$ gilt:

(a) $R(X,Y)Z + R(Y,Z)X + R(Z,X)Y = 0$

(b) $\langle R(X,Y)Z, W\rangle = -\langle R(X,Y)W, Z\rangle$

(c) $\langle R(X,Y)Z, W\rangle = \langle R(Z,W)X, Y\rangle$

Aufgabe 3

Es sei (M,g) eine Riemannsche Mannigfaltigkeit. Für eine glatte Kurve $c : [a,b] \to M$ bezeichne $P^c_{a,b} : T_{c(a)}M \to T_{c(b)}M$ den Paralleltransport entlang c bezüglich des Levi-Civita-Zusammenhanges. Zeigen Sie, daß $P^c_{a,b}$ eine lineare Isometrie ist.

Abgabe in der Vorlesung am Freitag, den 14.12.2012