

## Differentialgeometrie

WS 2012/13

### Übungsblatt 9

---

#### Aufgabe 1

Es sei  $(M, g)$  eine Riemannsche Mannigfaltigkeit und  $p \in M$ . Berechnen Sie  $g_{ij}(p)$ ,  $\frac{\partial g_{ij}}{\partial x^k}(p)$  und  $\Gamma_{ij}^k(p)$  in Riemannschen Normalkoordinaten um  $p$ .

**Hinweis:** Welche Form haben die Geodätischen durch  $p$  in dieser Karte?

#### Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Schnittkrümmungen der Riemannschen Mannigfaltigkeiten  $(\mathbb{R}^n, g_{\text{eukl}})$  und  $\mathbb{H}^n$  (siehe Blatt 6 Aufgaben 2 und 3).

#### Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Schnittkrümmungen der  $n$ -Sphäre vom Radius  $r > 0$ , also von  $S^n$  mit der von  $S^n = \{x \in \mathbb{R}^{n+1} \mid \|x\| = r\}$  induzierten Riemannschen Metrik.

**Hinweis:** Benutzen Sie, dass der Levi-Civita Zusammenhang auf  $S^n$  durch  $(\nabla_X Y)_p = ((DY)_p \cdot X_p)^{\text{T}_p S^n}$  gegeben ist.