

## Differentialgeometrie für die Fachrichtung Geodäsie (WS 2016)

### Übungsblatt 1

#### Aufgabe 1.

Gegeben seien die Vektoren  $x = (x_1, x_2, x_3)$ ,  $y = (y_1, y_2, y_3)$ ,  $z = (z_1, z_2, z_3) \in \mathbb{R}^3$ . Zeigen Sie:

- (a) Für beliebige  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$  gilt  $\langle z, \lambda \cdot x + \mu \cdot y \rangle = \lambda \langle z, x \rangle + \mu \langle z, y \rangle$ .  
Interpretieren Sie diese Aussage geometrisch für den Fall dass  $z \perp x$  und  $z \perp y$ .
- (b) Es gilt  $|x| = |y|$  genau dann, wenn  $(x + y) \perp (x - y)$ . Geben Sie eine geometrische Veranschaulichung dieser Aussage an.
- (c)  $|x \times y|^2 = |x|^2|y|^2 - \langle x, y \rangle^2$ .
- (d)  $\langle x, y \times z \rangle = \langle y, z \times x \rangle$ .
- (e)  $x$  und  $y$  sind genau dann linear abhängig, wenn  $x \times y = 0$ . Begründen Sie, warum im Falle  $z \perp x$  und  $z \perp y$  die Vektoren  $z$  und  $x \times y$  linear abhängig sind.

#### Aufgabe 2.

Gegeben seien die Punkte  $A = (0, 1, 0)$ ,  $B = (1, -1, 1)$ ,  $C = (1, 0, 0)$  und  $D = (2, 0, -1)$ .

- (a) Zeigen Sie, dass die Geraden  $AB$  und  $CD$  sich schneiden und bestimmen Sie den Schnittpunkt  $S$ .
- (b) Geben Sie die Ebene  $E$  an, die die vier Punkte enthält und bestimmen Sie die Lotgerade auf  $E$  im Punkt  $S$ .
- (c) Bestimmen Sie die Hesse-Normalform von  $E$  und berechnen Sie den Abstand des Nullpunktes von  $E$ .
- (d) Geben Sie eine Parameterdarstellung einer Geraden  $g$  an, die durch  $S$  geht und mit  $E$  den Winkel  $45^\circ$  einschließt.

Abgabe bis Donnerstag, den **27. Oktober**, in der Vorlesung; die Besprechung findet in der Übung am 28. Oktober statt.