Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie

Dr. Sebastian Grensing
Jan-Bernhard Kordaß M.Sc.

Differentialgeometrie für die Fachrichtung Geodäsie (WS 2016)

Übungsblatt 5*

Bitte beachten Sie, dass für dieses Übungsblatt die Abgabe aus Krankheitsgründen **entfällt**. Die hier gestellten Aufgaben werden in der Übung am 25. November gemeinsam besprochen.

Aufgabe 1.
Eine Kurve $x\colon I \to \mathbb{R}^3$ ohne Wendepunkte heißt *Böschungslinie*, wenn ihre Tangentialvektoren mit einer festen Richtung $a \in \mathbb{R}^3$ einen konstanten Winkel bilden. Das heißt, es existiert ein Vektor $a \in \mathbb{R}^3$, so dass

$$\angle(T(t), a) = C$$

für eine Konstante C und alle $t \in I$ gilt.

(1) Zeigen Sie, dass die Kurve

$$x\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3, \quad t \mapsto (3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$$

eine Böschungslinie ist.

(2) Zeigen Sie, dass die Funktion

$$\varphi\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad t \mapsto \frac{\tau(t)}{\kappa(t)}$$

konstant ist. Dabei bezeichnet $\tau(t)$ die Torsion und $\kappa(t)$ die Krümmung in $x(t)$.

Aufgabe 2.
Es sei die parametrisierte Kurve

$$x\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3, \quad t \mapsto (\cosh(t), e^t, \sinh(t))$$

gegeben.

(1) Zeigen Sie, dass x regulär ist und überprüfen Sie, ob x nach Bogenlänge parametrisiert ist.

(2) Berechnen Sie die Krümmung von x in jedem Punkt $x(t)$.

(3) Zeigen Sie, dass x eine ebene Kurve ist.