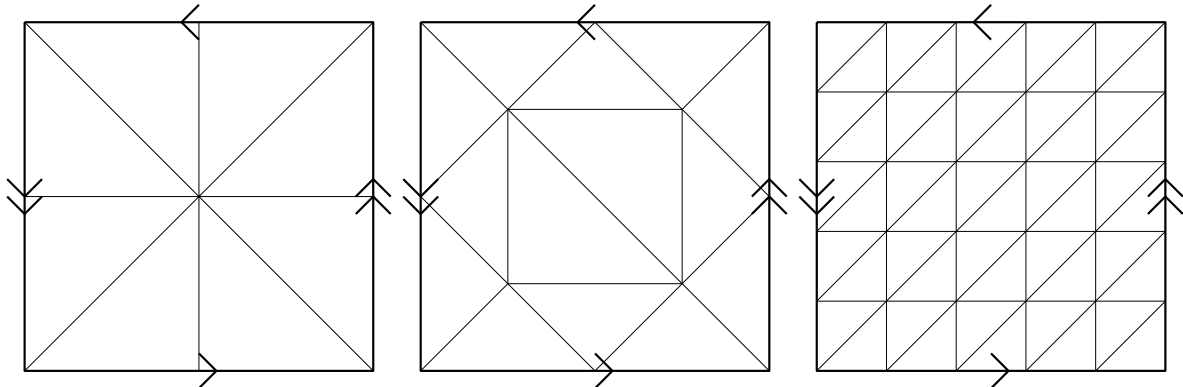


# Elementare Geometrie

## Übungsblatt 9

### Aufgabe 1 (5 Punkte)

Entscheiden Sie, welche der folgenden Skizzen eine Triangulierung für  $\mathbb{RP}^2$  ergibt.



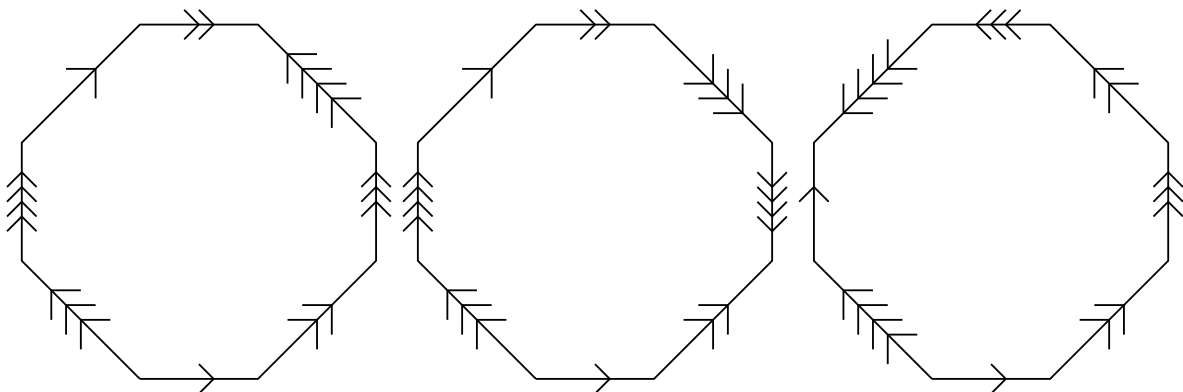
### Aufgabe 2 (5 Punkte)

Es bezeichnen  $v$ ,  $e$  und  $f$  die jeweilige Anzahl von Ecken, Kanten und Flächen eines platonischen Körpers, der aus regelmäßigen  $n$ -Ecken besteht und jeweils  $m$  Kanten an einem Eckpunkt zusammentreffen.

- Begründen Sie, dass für platonische Körper gilt:  $m \cdot v = 2e = n \cdot f$  und  $n, m \geq 3$ .
- Leiten Sie die Formel  $e \cdot (2m - nm + 2n) = 2mn$  her und zeigen Sie, dass  $m \leq 5$  und  $n \leq 5$  gelten muss.
- Zeigen Sie, dass es höchstens 5 Lösungen für die Gleichung aus b) geben kann. Es gibt also höchstens und nach Vorlesung damit genau 5 platonische Körper.

### Aufgabe 3

Welche Flächen sind durch die folgenden Skizzen gegeben?



**Aufgabe 4** (5 Punkte)

Es sei  $K$  eine Triangulierung einer geschlossenen Fläche bestehend aus  $v$  Ecken,  $e$  Kanten und  $f$  Flächen. Zeigen Sie:

- a)  $3f = 2e$ .
- b)  $e = 3(v - \chi)$ .
- c)  $v(v - 1) \geq 2e$  und  $v \geq 4$ .
- d)  $v \geq \frac{1}{2}(7 + \sqrt{49 - 24\chi})$ .
- e) Eine Triangulierung des Torus oder der Kleinschen Flasche hat mindestens 21 Kanten. Leiten Sie analoge Abschätzungen für die Sphäre und  $\mathbb{RP}^2$  her!

---

Abgabe bis nächsten Dienstag. Werfen Sie Ihre Lösungsvorschläge in den blauen Einwurfkästen im Foyer von Gebäude 20.30.

Bitte geben Sie Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und den Namen Ihres Tutors an!