

Einführung in Geometrie und Topologie (Wintersemester 2015/16)
Übungsblatt 10

Aufgabe 1

Berechnen Sie die Euler-Charakteristik der Kleinschen Flasche durch konkrete Angabe einer Triangulierung.

Aufgabe 2

Es sei M eine geschlossene Fläche versehen mit einer Triangulierung mit F Dreiecken, K Kanten und E Ecken. Zeigen Sie:

- (a) $3F = 2K$
- (b) $K = 3(E - \chi(M))$
- (c) $2K \leq E(E - 1)$
- (d) $2E \geq 7 + \sqrt{49 - 24\chi(M)}$

Bemerkung: Für \mathbb{S}^2 , \mathbb{T}^2 und $\mathbb{R}\mathbb{P}^2$ gibt es eine Triangulierung, für die Gleichheit in (d) gilt.

Aufgabe 3

Es seien $n, m \in \mathbb{N}$ mit $n, m \geq 3$. Weiter sei eine (durch „Vergrößerung“ einer Triangularisierung entstandene) Zerlegung von \mathbb{S}^2 in n -Ecke gegeben, so dass jede Ecke in genau m Kanten liegt.

- (a) Zeigen Sie, dass $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{k}$ gilt, wobei k die Anzahl der Kanten in der Zerlegung in n -Ecke ist.
- (b) Folgern Sie, dass eine solche Zerlegung durch Tetraeder, Würfel, Oktaeder, Dodekaeder oder Ikosaeder gegeben ist.