Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. Wilderich Tuschmann
Dr. Martin Herrmann

Einführung in Geometrie und Topologie (Wintersemester 2015/16)

Übungsblatt 6

Aufgabe 1

Es seien M eine C^∞-Mannigfaltigkeit der Dimension n, $p \in M$ und (φ, U), $(\tilde{\varphi}, \tilde{U})$ Karten von M um p. Zeigen Sie, dass die induzierten Basisvektoren $\frac{\partial}{\partial x_i}\big|_p$ und $\frac{\partial}{\partial \tilde{x}_i}\big|_p$ folgendes Transformationsverhalten aufweisen:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\Big|_p = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial(\tilde{\varphi}^j \circ \varphi^{-1})}{\partial x_i}(\varphi(p)) \frac{\partial}{\partial \tilde{x}_j}\Big|_p.$$

Aufgabe 2

Es seien M und N glatte Mannigfaltigkeiten, M zusammenhängend und $f : M \to N$ eine glatte Abbildung, deren Differential in jedem Punkt von M verschwindet. Zeigen Sie, dass f konstant ist.

Aufgabe 3

Es seien N eine glatte Mannigfaltigkeit, $M \subset N$ eine glatte Untermannigfaltigkeit, W eine weitere glatte Mannigfaltigkeit mit $\dim W = \dim M$ und $f : W \to M$ eine injektive Immersion. Zeigen Sie, dass W eine Einbettung ist.

Abgabe bis zum Freitag der nächsten Woche, 12 Uhr in die gelben Kästen im Kollegiengebäude Mathematik (Gebäude 20.30). Die Kästen befinden sich im Erdgeschoss. Heften Sie die zur Abgabe bestimmten Blätter bitte zusammen, und versehen Sie diese mit Ihrem **Namen**, Ihrer **Matrikelnummer** und der **Gruppennummer** Ihres Tutoriums.