Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie

Prof. Dr. W. Tuschmann
Dr. M. Wiemeler

Globale Differentialgeometrie

Übungsblatt 10

Aufgabe 1

Zeigen Sie: Für jeden metrischen Raum X liefert der Hausdorff-Abstand d_H^X eine Metrik auf der Klasse $\mathcal{C}(X)$ aller (nichtleeren) abgeschlossenen und beschränkten Teilmengen von X.

Aufgabe 2

Es sei X ein kompakter metrischer Raum. Zeigen Sie, dass $(\mathcal{C}(X), d_H^X)$ ebenfalls kompakt ist.

Aufgabe 3

Zeigen Sie:

$$d_{GH}(X,Y) = \inf\{d_H^Z(X,Y)\},$$

wobei $Z = X \amalg Y$ und das Infimum über alle Metriken auf Z gebildet wird, die die Metriken auf X und Y fortsetzen.

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass der Gromov-Hausdorff-Abstand die Dreiecksungleichung erfüllt. Also gilt für je drei metrische Räume X_1, X_2, X_3:

$$d_{GH}(X_1,X_2) \leq d_{GH}(X_1,X_3) + d_{GH}(X_3,X_2).$$