**Institut für Algebra und Geometrie**
Prof. Dr. W. Tuschmann
Dr. M. Wiemeler

Karlsruher Institut für Technologie

## Globale Differentialgeometrie

# Übungsblatt 8

**Aufgabe 1**

Zeigen Sie, dass das in der Vorlesung definierte $L^2$-Produkt von Formen tatsächlich ein Skalarprodukt auf dem Vektorraum $\Omega^p(M)$ aller $p$-Formen definiert.

**Aufgabe 2**

Beweisen Sie die Identität

$$* \circ \Delta = \Delta \circ *.$$

**Aufgabe 3**

Führen Sie auf $\mathbb{R}^3$ Polarkoordinaten $(r, \theta, \varphi)$ ein und berechnen Sie in diesen Koordinaten den Laplace-Operator.

Die Transformationsgleichungen von kartesischen Koordinaten in Polarkoordinaten lauten dabei

$$\begin{aligned}
r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \\
\theta &= \operatorname{arccot} \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \\
\varphi &= \arccos \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \text{ falls } y \geq 0, \\
\varphi &= 2\pi - \arccos \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \text{ falls } y < 0.
\end{aligned}$$