Institut für Algebra und Geometrie

Prof. Dr. W. Tuschmann
Dr. M. Wiemeler

Karlsruher Institut für Technologie

Globale Differentialgeometrie

Übungsblatt 9

Aufgabe 1

Geben Sie eine Mannigfaltigkeit an, deren de Rham-Kohomologiegruppen nicht alle endlich-dimensional sind.

Aufgabe 2

Für eine kompakte Mannigfaltigkeit M definiert man die Euler-Charakteristik von M als

$$\chi(M) = \sum_{i=0}^{\dim M} (-1)^i \dim H^i_{dR}(M).$$

Zeigen Sie, dass für eine orientierbare geschlossene Mannigfaltigkeit M gilt:

(a) $\chi(M) = 0$, falls $\dim M$ ungerade ist.

(b) $\chi(M)$ ist gerade, falls $\dim M \equiv 2 \mod 4$.

Aufgabe 3

Es seien M eine n-dimensionale geschlossene zusammenhängende orientierte Mannigfaltigkeit und $\alpha, \beta \in \Omega^n(M)$, so dass $\int_M \alpha = \int_M \beta$. Zeigen Sie, dass $\alpha - \beta$ eine exakte Form ist.