Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie

Prof. Dr. W. Tuschmann
J.-B. Kordaß M.Sc.

Globale Differentialgeometrie (WS 2018)

Übungsblatt 4

Aufgabe 1.
Tragen die folgenden Räume eine intrinsische Metrik, die ihre Topologie induziert?

(1) $X_1 = \mathbb{Q}$,

(2) $X_2 = \operatorname{graph}\{\sin(\frac{1}{x}) \mid x > 0\} \cup \{(x,y) \mid x = 0\} \subset \mathbb{R}^2$,

(3) $X_3 = \bigcup_{k=1}^{\infty} L_k \cup L_\infty \subset \mathbb{R}^2$, wobei L_k die Strecke $[(0,0), (\cos(\frac{1}{k}), \sin(\frac{1}{k})]$ und L_∞ die Strecke $[(0,0),(1,0)]$ bezeichne.

Aufgabe 2.
Es sei (X,d) ein metrischer Raum und es sei für $x, y \in X$

$$\hat{d}(x,y) := \inf\{L(\gamma) \mid \gamma \text{ Weg in } X, \text{ der } x \text{ und } y \text{ verbindet}\}.$$

Zeigen Sie, dass $\hat{\hat{d}} = \hat{d}$ gilt und es sich damit bei $(X, \hat{d})$ einen Längenraum handelt.