Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. W. Tuschmann
J.-B. Kordaß M.Sc.

Globale Differentialgeometrie (WS 2018)
Übungsblatt 6

Aufgabe 1.
Zeigen Sie, dass der Lipschitz-Abstand d_L eine Metrik auf der Menge der Isometrieklassen kompakter metrischer Räume definiert.

Aufgabe 2.
Es seien (X, d_X) und (Y, d_Y) kompakte metrische Räume. Man definiert einen *alternativen Lipschitz-Abstand* durch

$$d_{L'}(X,Y) = \inf\{ln(\max\{\mathrm{dil}(f), \mathrm{dil}(f^{-1})\}) \mid f\colon X \to Y \text{ bi-Lipschitz Homöomorphismus}\}.$$

Zeige Sie, dass auch $d_{\mathrm{L}'}$ eine Metrik auf der Menge der Isometrieklassen kompakter metrischer Räume definiert und die dadurch induzierte Topologie mit der durch d_L gegebenen Topologie übereinstimmt.

Aufgabe 3.
Zeigen Sie, dass eine Lipschitz-konvergente Folge von kompakten metrischen Räumen $X_n \to X$ auch bezüglich des Gromov-Hausdorff-Abstandes gegen X konvergiert.

Aufgabe 4.
Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:

Es sei X_n eine Folge von kompakten metrischen Räumen, die bezüglich des Gromov-Hausdorff-Abstandes gegen X konvergieren. Sind nun sämtliche X_n und X paarweise homöomorph, dann konvergiert X_n auch bezüglich des Lipschitz-Abstandes gegen X.