

Gruppenwirkungen in der Riemannschen Geometrie (WS 2015 / 2016)

Übungsblatt 1

Aufgabe 1

Sei $\Theta : G \times M \rightarrow M$ eine differenzierbare Aktion einer Lie Gruppe G auf einer differenzierbaren Mannigfaltigkeit M . Zeigen Sie, dass die Abbildung $\varphi_g : x \mapsto gx, x \in M$, ein Diffeomorphismus von M ist.

Aufgabe 2

Sei $\Theta : G \times M \rightarrow M$ eine differenzierbare Aktion einer Lie Gruppe G auf einer differenzierbaren Mannigfaltigkeit M . Zeigen Sie, dass Θ eine geschlossene Abbildung ist.

Aufgabe 3

Sei $\Theta : G \times M \rightarrow M$ eine Aktion einer Lie Gruppe G auf einer differenzierbaren Mannigfaltigkeit M und sei $K = \ker \Theta$. Zeigen Sie, dass es eine induzierte effektive Aktion $\Theta / \ker \Theta$ von G/K auf M gibt.

Aufgabe 4

Sei $f : M \rightarrow N$ eine äquivariante Abbildung zwischen G -Mannigfaltigkeiten. Zeigen Sie, dass für alle $x \in M$, $G_x \subset G_{f(x)}$ gilt.