Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. Fernando Galaz García

Gruppenwirkungen in der Riemannschen Geometrie (WS 2015 / 2016)

Übungsblatt 3

Beweisen Sie die folgenden Sätze.

Aufgabe 1

Sei $\Theta : G \times M \to M$ eine differenzierbare Aktion. Dann gelten:

(a) Jeder Vektor $X \in \mathfrak{g}$ induziert ein glattes Vektorfeld X^* auf M, das durch

$$X^*(p) := \frac{d}{dt}\Theta(\exp(tX), p)|_{t=0}$$

definiert ist. Das Feld X^* heißt *Aktionsfeld*.

(b) Der Fluss von X^* ist $f_t^{X^*} = \Theta(\exp(tX), \cdot) = \varphi_{\exp(tX)}$.

Aufgabe 2

Seien $\Theta : G \times M \to M$ eine differenzierbare Aktion und $\mu_x : G \to M$, $g \mapsto gx$. Dann ist $\ker(d\mu_x)_g = T_g(gG_x)$ für jedes $g \in G$.

Aufgabe 3

Sei M eine Riemannsche Mannigfaltigkeit und $f : M \to M$ eine Isometrie. Dann ist

$$f(\exp_p(v)) = \exp_{f(p)}(df_p v)$$

für alle $p \in M$ und $v \in T_pM$ wo $\exp_p(v)$ definiert ist.