Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. Fernando Galaz García

Gruppenwirkungen in der Riemannschen Geometrie (WS 2015 / 2016)

Übungsblatt 4

Beweisen Sie die folgenden Sätze.

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass die Komponenten der Fixpunktmenge einer G-Mannigfaltigkeit unterschiedliche Dimensionen können haben.

Aufgabe 2

Sei $\Theta : G \times M \to M$ eine isometrische Aktion einer kompakten Lie Gruppe auf einer kompakten Riemannschen n-Mannigfaltigkeit. Zeigen Sie, dass $\dim G \leq n(n+1)/2$ gilt.

Aufgabe 3

Sei M eine Riemannsche G-Mannigfaltigkeit.

(a) Sei $d^* : M/G \times M/G \to \mathbb{R}$ die Abbildung, die durch

$$d^*([x],[y]) = \inf\{d(p,q) \mid p \in G(x), q \in G(y)\}$$

gegeben ist. Zeigen Sie, dass d^* eine Metrik auf M/G ist.

(b) Zeigen Sie dass die Projektionsabbildung $\pi : (M,d) \to (M/G, d^*)$, $x \mapsto [x]$, eine *Submetrie* ist, dass heißt, dass $\pi(B_r(x)) = B_r(G(x))$ für alle $r > 0$ und alle Punkte $x \in M$ gilt.