Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. Fernando Galaz García

Gruppenwirkungen in der Riemannschen Geometrie (WS 2015 / 2016)

Übungsblatt 6

Aufgabe 1

Sei M eine G-Mannigfaltigkeit und sei H eine Isotropiegruppe. Zeigen Sie, dass jede Zusammenhängskomponente der Menge $M_{(H)}$ eine (eingebettete) Untermannigfaltigkeit von M ist.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass die Menge $\mathrm{Sym}^{\mathrm{o}}(n,\mathbb{R})$ und die Norm auf $\mathrm{Sym}^{\mathrm{o}}(n,\mathbb{R})$, definiert im Beispiel 6.3, invariant unter der Aktion von $\mathrm{SO}(n)$ sind.

Aufgabe 3

Eine Aktion $G \times M \to M$ einer Lie Gruppe (nicht notwendigerweise kompakt) auf einer glatten Mannigfaltigkeit M heißt *eigentlich*, wenn die Abbildung

$$\begin{aligned} G \times M &\to M \times M \\ (g,x) &\to (gx,x) \end{aligned}$$

eigentlich ist. Zeigen Sie, dass wenn $G \times M \to M$ eine eigentliche Aktion auf einer kompakten Mannigfaltigkeit M ist, dann ist G kompakt.

Abgabe: Freitag 4.12.2015 (Übung)