Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. Fernando Galaz García

Gruppenwirkungen in der Riemannschen Geometrie (WS 2015 / 2016)

Übungsblatt 7

Aufgabe 1

Sei M eine G-Mannigfaltigkeit und sei H eine geschlossene Lie Untergruppe von G. Zeigen Sie, dass wenn $M^H \neq \emptyset$ gilt, dann wirkt $N(H)$ auf M^H.

Aufgabe 2

(a) Zeigen Sie, dass $\mathbb{C}P^2$ diffeomorph zu $\mathrm{U}(3)/(\mathrm{U}(2)\mathrm{U}(1))$ ist.

(b) Zeigen Sie, dass im Beispiel 7.3, die Fixpunktmenge von K die Vereinigung eines Punktes und einer 2-Sphäre ist.

Aufgabe 3

(a) Zeigen Sie, dass die Fixpunktmenge einer kompakten G-Mannigfaltigkeit kompakt ist.

(b) Zeigen Sie, dass die Fixpunktmenge einer nicht-kompakten G-Mannigfaltigkeit nicht-kompakt sein kann.

Aufgabe 4

Sei M eine vollständige Riemannsche G-Mannigfaltigkeit. Für jeden $p \in M$, jedes $g \in G$ und jeden $v \in T_pM$, gilt

$$g \cdot \exp_p(v) = \exp_{gp}((d\varphi_g)_p v).$$

Benutzen Sie diese Tatsache um zu zeigen, dass jede Komponente von M^G eine total geodätische Untermannigfaltigkeit von M ist.