Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. Fernando Galaz García

Gruppenwirkungen in der Riemannschen Geometrie (WS 2015 / 2016)

Übungsblatt 8

Aufgabe 1

Sei M eine riemannsche G-Mannigfaltigkeit. Zeigen Sie, dass die Kohomogenität der G-Aktion die Kodimension eines Prinzipalorbits ist.

Aufgabe 2

Sei M eine kompakte, zusammenghängende riemannsche G-Mannigfaltikeit. Nehmen Sie an, dass die G-Aktion Kohomogenität 1 hat.

(a) Zeigen Sie, dass M/G homöomorph zu $\mathbb{S}^1$ oder $[-1,+1]$ ist.

(b) Nehmen Sie an, dass $M/G = \mathbb{S}^1$. Zeigen Sie, dass M diffeomorph zu einem Faserbündel mit Faser ein Prinzipalorbit G/H und Basis $\mathbb{S}^1$ ist.

Nehmen Sie an, dass $M/G = [-1,+1]$.

(c) Zeigen Sie, dass die Orbits deren Projektion in $(-1,+1)$ ist, Prinzipalorbits sind.

(d) Zeigen Sie, dass die Orbits $\pi^{-1}(\pm 1)$ keine Prinzipalorbits sind.

(e) Zeigen Sie, dass M eine Vereinigung der Scheibenbündel mit Basen die Orbits $\pi^{-1}(\pm 1)$ ist.