

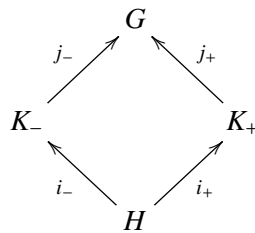
Gruppenwirkungen in der Riemannschen Geometrie (WS 2015 / 2016)

Übungsblatt 9

Aufgabe 1

Sei M eine kompakte, zusammenhängende riemannsche G -Mannigfaltigkeit. Nehmen Sie an, dass die G -Aktion Kohomogenität 1 hat und dass $M/G = [-1, +1]$. Zeigen Sie das Folgende:

- (1) Die Kohomogenität 1 G -Aktion bestimmt ein Gruppendiagramm



wobei i_{\pm} and j_{\pm} die Inklusionsabbildungen sind, K_{\pm} die Isotropiegruppen der Orbits $\pi^{-1}(\pm 1)$ sind und H die prinzipale Isotropiegruppe der Aktion ist. Man bezeichnet dieses Diagramm mit (G, H, K_-, K_+) .

- (2) Sei (G, H, K_-, K_+) ein Gruppendiagramm, wobei K_{\pm}/H Sphären sind. Dann existiert eine riemannsche Kohomogenität 1 G -Mannigfaltigkeit mit diesem Gruppendiagramm.
- (3) Die Gruppen $(T^2, \{e\}, T^1, T^1)$ bestimmen \mathbb{S}^3 und $\mathbb{S}^2 \times \mathbb{S}^1$ als Kohomogenität 1 Mannigfaltigkeiten. Deshalb spielen die Inklusionssabbildungen eine wichtige Rolle.

Aufgabe 2

Geben Sie zwei unterschiedliche Gruppendiagramme für Kohomogenität 1 Wirkungen auf \mathbb{S}^3 .

Aufgabe 3

Können Sie noch andere Maße definieren, um die Größe einer isometrischen G -Aktion auf einer riemannschen Mannigfaltigkeit zu messen?