Karlsruher Institut für Technologie
FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK
INSTITUT FÜR ALGEBRA UND GEOMETRIE
ARBEITSGRUPPE DIFFERENTIALGEOMETRIE

Prof. Dr. W. Tuschmann
apl. Prof. Dr. D. Hug
Dr. habil. G. Fels, Dr. S. Winter

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I (WS 2010/2011)

Aufgabenvorschläge für das 1. Tutorium

Vorschlag 1.
Es sei M eine Menge. A, B und C seien Teilmengen von M und $\mathcal{M}$ ein nichtleeres Mengensystem von Mengen in M. Zeigen Sie:

a) $(A \times B) \cup (C \times B) = (A \cup C) \times B$.

b) $A \subset B \Rightarrow \mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B)$.

c) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.

d) $A \cup \Big(\bigcup_{B \in \mathcal{M}} B \Big) = \bigcup_{B \in \mathcal{M}} (A \cup B)$.

Vorschlag 2.
Es seien A, B Mengen und $f : A \to B$ eine Abbildung. Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen:

(i) f ist injektiv.

(ii) Für alle $X \subset A$ gilt $f^{-1}(f(X)) = X$.

(iii) Für alle $X, Y \subset A$ mit $X \cap Y = \emptyset$ gilt $f(X) \cap f(Y) = \emptyset$.

Gegebenfalls diskutieren Sie die Injektivität, Surjektivität und Bijektivität einer Abbildung anhand von weiteren Beispielen.

Vorschlag 3.
Beweisen Sie, dass $\sqrt{11}$ oder $\sqrt[3]{2}$ keine rationale Zahl ist.

Hinweis: Benutzen Sie hier die Technik des Widerspruchsbeweises.

Vorschlag 4.
Diskutieren Sie den Begriff des kartesischen Produktes. z.B.:

(a) Es seien A, B zwei Mengen. Unter welchen Bedingungen sind die Produkte $A \times B$ und $B \times A$ gleich?

(b) Es sei J eine unendliche (Index-)Menge und für jedes $j \in J$ sei M_j eine beliebige Menge. Wie ist dann das kartesische Produkt $\prod_{j \in J} M_j$ erklärt?