FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK
INSTITUT FÜR ALGEBRA UND GEOMETRIE
ARBEITSGRUPPE DIFFERENTIALGEOMETRIE

Prof. Dr. W. Tuschmann
apl. Prof. Dr. D. Hug
Dr. habil. G. Fels, Dr. S. Winter

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I (WS 2010/2011)

Aufgabenvorschläge für das 7. Tutorium

Vorschlag 1.
Man überlege sich, dass die reelle Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

invertierbar ist, und bestimme A^{-1}.

Vorschlag 2.
Welche der folgenden Mengen V mit den Verknüpfungen $\oplus$ und $\diamond$ sind Vektorräume über $\mathbb{R}$? (Man überlege sich, welche der definierenden Eigenschaften gelten und welche verletzt sind.)

(a) $V := \mathbb{R};\ x \oplus y := x + y;\ a \diamond x := 0\ (x, y \in V,\ a \in \mathbb{R})$.

(b) $V := C([0,1])$ (Menge aller stetigen Funktionen auf $[0,1]$); $f \oplus g\ (x) := f(x) + g(x)$; $a \diamond f\ (x) := af(x)\ (f, g \in V,\ a \in \mathbb{R},\ x \in [0,1])$.

(c) $V := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, 2x - 3y = 0, x + 5y = 0\}$ mit den komponentenweisen Verknüpfungen auf $\mathbb{R}^2$.

(d) $V := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, 2x - 3y = 1, x + 5y = 0\}$ mit den komponentenweisen Verknüpfungen auf $\mathbb{R}^2$.

Vorschlag 3.
Welche der folgenden Mengen sind Untervektorräume des $\mathbb{R}^3$?

(a) $A := \{(t, t + s^3, t - s^3) \,|\, t, s \in \mathbb{R}\}$,

(b) $B := \{(t^2, -t^2, 0) \,|\, t \in \mathbb{R}\}$,

(c) $C := \{(x_1, x_2, x_3) \,|\, x_1 - 2x_2 + 3x_3 = t\}$,

(d) $D := \{(x + 1, x - 2, x + 3) \,|\, x \in \mathbb{R}\}$.

Vorschlag 4.
Geben Sie alle Untervektorräume der Vektorräume $\mathbb{F}_2^2$ und $\mathbb{F}_2^3$ an.

Vorschlag 5.
Lässt sich der Vektor $(-1,-1,-1)$ im reellen Vektorraum $\mathbb{R}^3$ als Linearkombination der Vektoren $(-1,0,1), (-1,1,2)$ und $(-2,3,6)$ schreiben? Wenn ja, gebe man alle möglichen Linearkombinationen an.