KIT Karlsruher Institut für Technologie
FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK
INSTITUT FÜR ALGEBRA UND GEOMETRIE
ARBEITSGRUPPE DIFFERENTIALGEOMETRIE
Prof. Dr. W. Tuschmann
apl. Prof. Dr. D. Hug
Dr. habil. G. Fels, Dr. S. Winter

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I (WS 2010/2011)

Aufgabenvorschläge für das 13. Tutorium

Vorschlag 1.
Berechnen Sie die Determinanten von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ -3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 7 \\ -1 & 2 & 0 & 6 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Vorschlag 2.
Bestimmen Sie für

$$A := \begin{pmatrix} 10 & -10 & 30 \\ 30 & 50 & -10 \\ 20 & 10 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B := \begin{pmatrix} -3 & 6 & 9 \\ 3 & 0 & -6 \\ -12 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

die folgenden Determinanten:

$$\det(A^T B), \qquad \det(AB^T), \qquad \det(BA^n), \qquad \det(9B^{-1}), \qquad \det(\frac{1}{10}A + \frac{1}{3}B).$$

Vorschlag 3.
Zeigen Sie: Ist n ungerade und $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ schiefsymmetrisch (d.h. $A^\top = -A$), so gilt $\det A = 0$.

Vorschlag 4.
Bestimmen Sie (mit vollst. Induktion über $n \in \mathbb{N}$) die Determinante der (n, n)–Matrix

$$A_n := \begin{pmatrix} 2 & 1 & & & 0 \\ 1 & 2 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & 1 & 2 & 1 \\ 0 & & & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Vorschlag 5.
Gegeben sei in Abhängigkeit von $a \in \mathbb{R}$ das LGS $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & -a & -1 \\ -2 & a-1 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & a \end{pmatrix} \text{ und } b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Menge M aller $a \in \mathbb{R}$, für die das LGS eindeutig lösbar ist.

(b) Geben Sie für alle $a \in M$ die Lösung des LGS unter Verwendung der CRAMERschen Regel an.

Die Tutorien finden auch in der letzten Vorlesungswoche statt.