

## Lineare Algebra und Analytische Geometrie I (WS 2010/2011)

### 0. Übungsblatt

– keine Abgabe, keine Korrektur –

#### Aufgabe 1 (Aufwärmtraining)

Zwei Mathematiker, nennen wir sie der Einfachheit halber  $A$  und  $B$ , gehen zum Mittagessen gemeinsam in die Mensa. „Wie geht es Ihren Kindern?“, fragt  $A$ . „Sie haben drei, wenn ich mich recht erinnere, aber das Alter habe ich vergessen.“ – „Richtig, ich habe drei Kinder.“, antwortet  $B$ . „Das Produkt ihrer Alter ist 36, und die Summe ihrer Alter entspricht gerade der Hälfte Ihres eigenen Alters.“  $A$  denkt kurz nach und erwidert dann: „So kann ich aber nicht auf das Alter Ihrer Kinder kommen.“ – „Sie haben recht. Ich habe vergessen Ihnen zu sagen, dass mein ältestes Kind vor zwei Jahren eingeschult wurde.“

Jetzt sollten Sie wissen, wie alt die Kinder von  $B$  sind.

#### Aufgabe 2 (Aussagenlogik)

Negieren Sie folgende Aussagen:

- (a) Über allen Gipfeln ist Ruh.
- (b) Es gibt einen Topf, auf den alle Deckel passen.
- (c) Jeder Karlsruher, der in der Kaiserstraße wohnt, sieht durch sein Küchenfenster Straßenschiene.
- (d)  $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{Z} : [y \leq x \wedge (\forall z \in \mathbb{Z} : z \leq y)]$ .

Formulieren Sie Aussage (d) zunächst umgangssprachlich.

#### Aufgabe 3 (Mengen, direkter Beweis)

Gegeben seien Mengen  $A$ ,  $B$  und  $C$ . Zeigen Sie:

- (a)  $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$ .
- (b)  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ .

#### Aufgabe 4 (Vollständige Induktion)

Es seien  $A_1, \dots, A_k$  endliche Mengen mit  $|A_1| = n_1, \dots, |A_k| = n_k$ . Zeigen Sie:

$$|A_1 \times \dots \times A_k| = n_1 \cdot \dots \cdot n_k.$$

Dabei bezeichne  $|M|$  für eine endliche Menge  $M$  die Anzahl ihrer Elemente. Für Mengen  $M_1, \dots, M_k$  ist ihr kartesisches Produkt folgendermaßen definiert:

$$M_1 \times \dots \times M_k := \{(m_1, \dots, m_k) \mid \forall i \in \{1, \dots, k\} : m_i \in M_i\}.$$

**Genaue Informationen zum Ablauf des Übungsbetriebes finden Sie auf dem Merkblatt, das zusammen mit diesem Aufgabenblatt verteilt wird.**