Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Arbeitsgruppe Differentialgeometrie

Prof. Dr. W. Tuschmann
apl. Prof. Dr. D. Hug
Dr. habil. G. Fels, Dr. S. Winter

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I (WS 2010/2011)

1. Übungsblatt

Aufgabe 1.
Es seien X eine Menge, $\mathcal{M} \subset \mathcal{P}(X)$ ein nichtleeres Teilmengensystem und $Z \subset X$ eine weitere Teilmenge. Zeigen Sie, dass dann gilt:

(a) $Z \cup \big(\bigcap_{Y \in \mathcal{M}} Y \big) = \bigcap_{Y \in \mathcal{M}} (Z \cup Y)$.

(b) $X \setminus \big(\bigcup_{Y \in \mathcal{M}} Y \big) = \bigcap_{Y \in \mathcal{M}} (X \setminus Y)$.

Aufgabe 2.
Es seien a, b, c paarweise verschiedene reelle Zahlen. Überprüfen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind:

(a)	$a \in \{a, b, c\}$	(b)	$a \subset \{a, b, c\}$
(c)	$\emptyset \subset \{a, b, c\}$	(d)	$\{b, \{c\}\} \subset \{a, b, c\}$
(e)	$\{\emptyset\} \subset \{a, b, c\}$	(f)	$\{d, \{d\}\} \in \{d, \{d, \{d\}\}, \{d\}\}$
(g)	$\emptyset \subset \mathcal{P}(\{a, b, c\})$	(h)	$\emptyset \in \mathcal{P}(\{a, b, c\})$

Aufgabe 3.
Welche der folgenden Teilmengen von $\mathbb{R}^2 := \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ lassen sich als das kartesische Produkt zweier Teilmengen $C, D \subset \mathbb{R}$ darstellen?

(a) $A_1 := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \text{ ist eine rationale Zahl}\}$

(b) $A_2 := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > y\}$

(c) $A_3 := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \text{ und } y \text{ sind keine ganzen Zahlen}\}$

(d) $A_4 := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq \pi\}$

Aufgabe 4.
Es seien M und N Mengen und $f : M \to N$ eine Abbildung. Dann werden das Bild einer Teilmenge A von M als die Menge $f(A) := \{f(x) \mid x \in A\}$ und das Urbild einer Teilmenge C von N als die Menge $f^{-1}(C) := \{x \in M \mid f(x) \in C\}$ definiert. Zeigen Sie, dass für alle $A, B \subset M$, alle $C, D \subset N$ sowie beliebige Abbildungen f die folgenden Aussagen gelten:

(a) $f^{-1}(C \cap D) = f^{-1}(C) \cap f^{-1}(D)$.

(b) $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$.

(c) $f(A) \setminus f(B) \subset f(A \setminus B)$.

(d) Begründen Sie anhand von geeigneten Beispielen, weshalb in (b) und (c) das Inklusionszeichen im Allgemeinen nicht durch ein Gleichheitszeichen ersetzt werden darf.

Abgabe bis Dienstag, den 02. November 2010, 12.00 Uhr, durch Einwurf in den gelben Kasten im Zähringerhaus (Geb. 01.85) neben dem Seminarraum Z2. Heften Sie die zur Abgabe bestimmten Blätter zusammen, und versehen Sie diese mit Ihrem **Namen**, Ihrer **Matrikelnummer**, Ihrer **Fachrichtung** und der **Gruppennummer** Ihres Tutoriums. Achten Sie darauf, die bearbeiteten Übungsblätter genau in das Ihrer Tutorengruppe zugeordnete Fach einzuwerfen.