

SEMINAR: DIFFERENTIALTOPOLOGIE

donnerstags 09:45 - 11:15 Uhr, SR -1.009(UG) (20.30), beginnend mit dem 27.4.2017

EINLEITUNG

Die Differentialtopologie studiert Eigenschaften differenzierbarer Mannigfaltigkeiten, die sich unter Diffeomorphismen nicht ändern. Sie betrachtet differenzierbare Mannigfaltigkeiten von einem globalen Standpunkt. Grundlegende Konzepte wie der Tangentialraum, der Satz von Sard, der Abbildungsgrad und Bordismen stehen im Mittelpunkt des Seminars.

Als Höhepunkt des Seminars sei die Pontryagin–Thom-Konstruktion erwähnt, die Homotopieklassen von glatten Abbildungen $f: M \rightarrow S^p$ mit gerahmten Kobordismusklassen von Untermannigfaltigkeiten von M der Kodimension p identifiziert. Die Vorträge basieren überwiegend auf dem schlanken und eleganten Buch *Topology from the differentiable viewpoint* von Milnor.

VORKENNTNISSE

Das Seminar richtet sich an alle Studierenden, die die Vorlesung *Einführung in die Geometrie und Topologie* gehört haben. Vorkenntnisse in algebraischer Topologie sind hilfreich, werden aber explizit *nicht* vorausgesetzt.

VORTRAGSPROGRAMM

Was sind Mannigfaltigkeiten?

27.04.: (1) DIFFERENZIERBARE MANNIGFALTIGKEITEN UND UNTERMANNIGFALTIGKEITEN. (Jonas Labonte).

Wiederholung der Begriffe „Mannigfaltigkeit“ und „Untermannigfaltigkeit“ und deren Beziehung. Konstruktion von Grassmann-Mannigfaltigkeiten.

Literatur: [Jän91, §1, Seite 1-25], [BJ73, §1, Seite 1-12],[Mil74, Lemma 5.1, Seite 57]

04.05.: (2) DER TANGENTIALRAUM EINER MANNIGFALTIGKEIT. (Nils Jessen).
verschiedene Definitionen des Tangentialraumes.

Literatur: [BJ73, §2]

Der Satz von Sard.

11.05: (3) TANGENTIALRAUM UND REGULÄRE WERTE. (Frithjof Marquardt).

Reguläre Werte, Rangsatz, Satz vom regulären Wert, Fundamentalsatz der Algebra.

Literatur: [Mil69, §1, Seite 7-9],[Jän91, Seite 7, Seite 9]

18.05.: (4) DER SATZ VON SARD. (Jakob Herz).

Erklärung der Aussage und des Beweises.

Literatur: [Mil69, §3], [BJ73, §6]

01.06.: (5) ANWENDUNGEN DES SATZES VON SARD. (Gotami Heller).

Der Satz von Brown; Untermannigfaltigkeiten mit Rand; Der Fixpunktsatz von Brouwer.

Literatur: [Mil69, §2]

Der Abbildungsgrad.

08.06.: (6) APPROXIMATION VON STETIGEN ABBILDUNGEN. ().

Tubulare Umgebungen; Approximation.

Literatur: [Bre93, §II.11]

22.06.: (7) DER ABBILDUNGSGRAD MODULO 2. (Kevin Klinge).

Glatte Homotopien und Isotopien; Existenz von genügend Diffeomorphismen; Der Grad mod 2 ist wohldefiniert.

Literatur: [Mil69, §4]

29.06.: (8) ORIENTIERTE UNTERMANNIGFALTIGKEITEN UND ABBILDUNGSGRAD. (Raphael Schurr).

Orientierbare Mannigfaltigkeiten; Der Grad von Brouwer; Theoreme A und B; Vektorfelder auf Sphären.

Literatur: [Mil69, §5]

Der Satz von Poincaré-Hopf.

06.07.: (9) VEKTORFELDER UND EULER-CHARAKTERISTIK, TEIL I. (Daniele Corallo).

Die Euler-Charakteristik; Der Index; Aussage von Poincaré-Hopf; Lemma 1-2-3.

Literatur: [Mil69, §6 bis Seite 36 unten.]

13.07.: (10) VEKTORFELDER UND EULER-CHARAKTERISTIK, TEIL II. (Jan Kohlmüller).

Der Beweis von Poincaré-Hopf; Berechnung der Euler-Charakteristik in Beispielen.

Literatur: [Mil69, §6 ab Seite 37]

Die Pontryaginkonstruktion.

20.07.: (11) GERAHMTER KOBORDISMUS UND PONTRYAGINKONSTRUKTION, TEIL I. (Amelie Flatt).

Rahmungen; Kobordismus; Produktumgebungen; Theorem A.

Literatur: [Mil69, §7, bis Mitte der Seite 47]

27.07.: (12) GERAHMTER KOBORDISMUS UND PONTRYAGINKONSTRUKTION, TEIL II. (Philipp Reiser).

Theoreme B und C; Das Theorem von Hopf.

Literatur: [Mil69, §7, ab Mitte der Seite 47]

Ablauf des Seminars

Notwendig für die erfolgreiche Teilnahme sind:

- Ein 80-minütiger Vortrag; die verbleibenden 10 Minuten der Sitzung werden wir für die Diskussion verwenden.
- Regelmäßige Anwesenheit und aktive Teilnahme. (Stellen Sie bitte immer Fragen, wenn sie etwas nicht verstehen.)
- Ein Handout von eins bis zwei Seiten zu Ihrem Vortrag, das die wichtigsten Aspekte des Vortrags enthält.
- Für die Vorträge 1–6 suchen Sie bitte spätestens zwei Wochen vor Ihrem Vortrag Herrn Franceschini, für die Vorträge 7–12 Herrn Kammeyer auf, um etwaige Fragen zu klären und den Vortrag durchzusprechen. Den Stoff Ihres Vortrags sollten Sie bis dahin durchgearbeitet und durchdrungen haben. In den letzten beiden Wochen vor dem Vortrag geht es *nur noch* um letzte offengebliebene Fragen und die vortragstechnische Aufbereitung.

Hinweise zur Vorbereitung und zum Halten des Vortrags

Lesen Sie sich in Ruhe die Hinweise von Professor Lehn aus Mainz durch:

[http://download.uni-mainz.de/mathematik/Topologie und Geometrie/Lehre/Wie-halte-ich-einen-Seminarvortrag.pdf](http://download.uni-mainz.de/mathematik/Topologie_und_Geometrie/Lehre/Wie-halte-ich-einen-Seminarvortrag.pdf)

- Beginnen Sie frühzeitig mit der Vorbereitung und nutzen Sie Sprechstunden und sonstige Betreuungsangebote. Dadurch vermeiden Sie Unklarheiten über die Kernaussagen, die Ihr Vortrag enthalten soll (Stichwort: Themaverfehlung).
- Berücksichtigen Sie bei der Vorbereitung, was in den Vorträgen vor bzw. nach Ihrem eigenen Vortrag vorgesehen ist – im Zweifel sollten Sie sich mit den anderen Vortragenden absprechen, damit es nicht zu Lücken, Inkonsistenzen oder Überschneidungen kommt.
- Machen Sie einen Probevortrag (versuchen Sie irgendwo einen Raum mit Tafel dafür zu bekommen), um Sicherheit zu gewinnen.
- Die Ausarbeitung und das Handout sind eine gute Gelegenheit, das Textsatzsystem \LaTeX besser kennenzulernen.
- Die Klarheit von Definitionen und Begriffen hat höchste Priorität. Eine unverständliche Definition ist (noch) schlimmer als eine unverständliche Rechnung.
- Versuchen Sie immer den Kern und die Idee einer komplizierten Aussage auszudrücken, bevor Sie ins Detail gehen. Möglichst viele Beispiele machen den Vortrag verständlicher.
- Schreiben Sie lesbar und planen Sie Ihr Tafelbild vorher. Alle Definitionen müssen an der Tafel stehen. Sprechen Sie laut und deutlich.
- Das fachliche Beherrschen des Stoffs ist die Grundlage von allem. Ist diese aber gelegt, versuchen Sie auch einen Vortrag zu halten, dem man gerne zuhört. Kleben Sie nicht zu sehr an Ihrem Zettel. Zeigen Sie Elan. Haben Sie keine Angst vor Zwischenfragen, da Kommunikation mit dem Publikum einen Vortrag immer lebendiger macht. Machen Sie mal eine humorvolle Zwischenbemerkung...Lachen erhöht die Konzentration des Publikums.

LITERATUR

- [Mas91] William S. Massey, *A basic course in algebraic topology*, Springer, 1991.
- [Mil74] John W. Milnor, *Characteristic Classes*, Princeton University Press, 1974.
- [Mil69] John W. Milnor, *Topology from the differentiable viewpoint*, The University Press of Virginia, 1969.
- [BJ73] Theodor Bröcker and Klaus Jänich, *Einführung in die Differentialtopologie*, Springer-Verlag, 1973. Heidelberger Taschenbücher, Band 143.
- [Bre93] Glen E. Bredon, *Geometry and Topology*, Springer-Verlag, 1993.
- [Jän05] Klaus Jänich, *Topologie*, Springer-Verlag, 2005.
- [Jän91] Klaus Jänich, *Vektoranalysis*, Springer-Verlag, 1991.

KONTAKT:

Holger Kammeyer, holger.kammeyer@kit.edu

Federico Franceschini, federico.franceschini@kit.edu