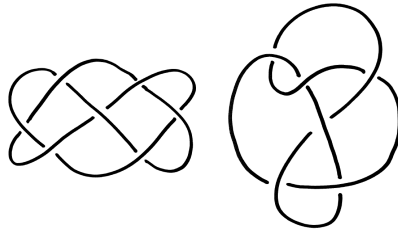


Übungen zu Knotentheorie Blatt 6

Aufgabe 1. Im Folgenden bezeichne für einen orientierten Knoten k das Symbol \bar{k} den Knoten mit umgekehrter Orientierung.

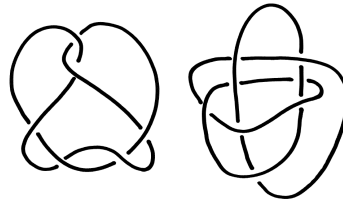
- a) Sei k der orientierte Achterknoten. Zeigen Sie $k\#k = k\#\bar{k}$.
- b) Zeichnen Sie ein Knotendiagramm des Knotens $T(2,3)\#T(2,5)\#\overline{T(2,5)}$.

Aufgabe 2. In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die Entknotungszahl die Ungleichung $u(k) \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ erfüllt, wenn es ein Knotendiagramm von k mit n Kreuzungen gibt. Zeigen Sie für die folgenden Diagramme, dass diese Ungleichung noch nicht optimal ist.



Aufgabe 3.

- a) Man zeige, dass die folgenden Diagramme Entknotungszahl 1 haben.



- b) Man zeige, dass der Torusknoten $T(2,5)$ Entknotungszahl 1 oder 2 hat.

Aufgabe 4.

- a) Die Menge aller Knoten bilden einen Monoid bezüglich zusammenhängender Summe. Zeigen Sie, dass der Untermonoid erzeugt vom Kleeblattknoten isomorph zu $(\mathbb{N}_0, +)$ ist.
- b) Sei κ der Achterknoten und k der Kleeblattknoten. Zeigen Sie für $n > 1$, dass $\kappa\#(n-1)k \neq nk$. Dabei bezeichnet nk die n -fache zusammenhängende Summe von k .

Hinweis: Berechnen Sie die Anzahl der 3-Färbungen von $\kappa\#(n-1)k$ ähnlich wie in Aufgabe 4 auf Blatt 4 und vergleichen Sie.