Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
Sommersemester 2014
Dr. Manuel Amann
Dipl.-Math. Werner Thumann

Übungen zu
Knotentheorie
Blatt 10

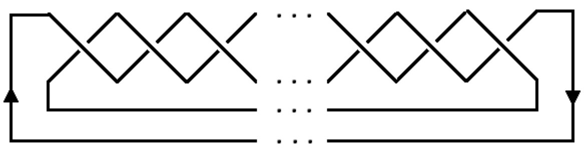
Aufgabe 1. Berechnen Sie die Euler-Charakteristik des Torus.

Aufgabe 2.

a) Sei D ein zusammenhängendes Diagramm einer Verschlingung. Man betrachte eine beliebige Kreuzung des Diagramms. Zeigen Sie, dass man die Kreuzung so auflösen kann, dass das entstandene Diagramm D' wieder zusammenhängend ist.

b) Sei D ein Diagramm einer Verschlingung. Sei s ein Zustand auf D, welcher genau eine Kreuzung positiv bewertet und alle anderen negativ. Zeigen Sie $|s_- D| = |sD| \pm 1$.

Aufgabe 3. Berechnen Sie das Jones-Polynom für den Torusknoten $T(2,n)$.



Aufgabe 4. Für $i \in \mathbb{Z}$ sei V_i ein $\mathbb{k}$-Vektorraum endlicher Dimension und $d_i\colon V_i \to V_{i-1}$ eine $\mathbb{k}$-lineare Abbildung. Für jedes $i \in \mathbb{Z}$ gelte $d_i \circ d_{i+1} = 0$ und für fast alle $i \in \mathbb{Z}$ sei $V_i = 0$. Aus der ersten Eigenschaft folgt offenbar, dass $\operatorname{Bild}(d_{i+1}) \subseteq \operatorname{Kern}(d_i)$ ein Untervektorraum ist. Man kann daher den Quotientenvektorraum

$$H_i := \operatorname{Kern}(d_i) / \operatorname{Bild}(d_{i+1})$$

definieren. Zeigen Sie die Formel

$$\sum_{i\in\mathbb{Z}} (-1)^i \dim_{\mathbb{k}} V_i = \sum_{i\in\mathbb{Z}} (-1)^i \dim_{\mathbb{k}} H_i$$