

Vorlesung Rationale Homotopietheorie Wintersemester 2013/2014

So einfach Homotopiegruppen die $\pi_*(X)$ eines topologischen Raumes X als höherdimensionale Verallgemeinerungen der Fundamentalgruppe $\pi_1(X)$ zu definieren sind, so schwer sind sie im allgemeinen zu berechnen. Nicht einmal die Homotopiegruppen der Sphäre \mathbb{S}^2 sind bekannt.

Die Rationale Homotopietheorie stellt eine Version dieser Theorie dar, die zum Preise des Verzichtes auf Torsionsaussagen, eine komplette und sehr elegante Übersetzung von Topologie zu Algebra liefert und effektive, konkrete Berechnungen zuläßt. Sie eignet sich daher insbesondere sehr gut zur Untersuchung einer Vielzahl von interessanten Problemen, die aus so verschiedenen Gebieten wie der Riemannschen oder symplektischen Geometrie, der Theorie der Transformationsgruppen, der kommutativen Algebra bis hin zur Robotik stammen.

Nach einer ausführlichen und grundlegenden Entwicklung der Theorie (mittels Sullivan Algebren) und einer elementaren Einführung in den Themenkomplex werden wir so zum Beispiel in der Lage sein, die rationalen Homotopiegruppen $\pi_*(X) \otimes \mathbb{Q}$ oder den rationalen Kohomologiering von kompakten homogenen Räumen G/H , also insbesondere von Sphären, berechnen zu können.

Wir wollen dann im Anschluss die Theorie so weiterentwickeln (und auch die verwendeten geometrischen Konzepte, wenn nötig, erläutern), dass sich zum Beispiel Fragen der folgenden Art diskutieren lassen:

- Wie viele „Löcher“ hat eine kompakte Mannigfaltigkeit mindestens, wenn sie eine freie Torus-Operation zuläßt?
- Ist die Berechnung von Betti-Zahlen (und anderer Invarianten) NP-schwer?
- Welche symplektischen Mannigfaltigkeiten lassen Kählermetriken zu?
- Welche Konsequenzen hat positive Schnittkrümmung auf die Topologie einer Mannigfaltigkeit?
- Was macht „spezielle Holonomie“ auch topologisch besonders?

Die Vorlesung richtet sich an alle topologisch/geometrisch Interessierten. Kenntnisse, wie sie in der Einführung in die Geometrie und Topologie respektive der Einführung in die Algebra und Zahlentheorie erworben werden können, werden vorausgesetzt.

Upon request, the course may be given in English.

Vorlesungsdaten:

Montag, 14.00-15.30, 1C-02

Mittwoch, 14.00-15.30, 1C-03

manuel.amann@kit.edu

<http://www.math.kit.edu/iag7/lehre/rht132013w/>