Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
Wintersemester 2013/14
Dr. Manuel Amann
Dr. Johannes Riesterer

Übungen zu
Rationale Homotopietheorie
Blatt 6

Aufgabe 1.

(a) Bestimmen Sie ein Sullivan Modell einer einfach zusammenhängenden Sullivan Algebra der Form $(\Lambda V, 0)$, und klassifizieren Sie alle Homotopieklassen von Morphismen $f\colon (\Lambda\langle x,y\rangle, \mathrm{d}) \to (\Lambda V, 0)$ with $\deg x = 2, \deg y = 3$, $\mathrm{d}x = 0$, $\mathrm{d}y = x^2$. Zeigen Sie, dass $H(f)$ stets trivial ist.

(b) Bestimmen Sie bis auf Homotopie alle Morphismen von Sullivan Algebren $(\Lambda C, \mathrm{d}) \to (\Lambda V, \mathrm{d})$ für eine kontrahierbare Sullivan Algebra $(\Lambda C, \mathrm{d})$. Nutzen Sie dieses Ergebnis, um dann gleiches für alle Morphismen $f\colon (\Lambda V, \mathrm{d}) \to (\Lambda C, \mathrm{d})$ zu tun.

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass der durch

$$\varphi|_{\langle a,b,c,d\rangle} := \mathrm{id} \qquad \varphi(x) = x + abc$$

eindeutig bestimmte Automorphismus von $(\Lambda\langle a,b,c,d,x\rangle, \mathrm{d})$ mit $\deg a = \deg b = 3, \deg c = 5, \deg d = 6, \deg x = 11$, sowie $\mathrm{d}|_{\langle a,b,c,d\rangle} = 0$, $\mathrm{d}(x) = d^2$ folgendes erfüllt:

- $H(\varphi) = \mathrm{id}$
- $\pi^*(\varphi) = \mathrm{id}$
- φ ist *nicht* homotop zur Identität.

Aufgabe 3. Beweisen Sie: Sind $f_0 \simeq f_1\colon (\Lambda V, \mathrm{d}) \to (\Lambda W, \mathrm{d})$ homotope Morphismen zwischen Sullivan Algebren, dann folgt $\pi^*(f_0) = \pi^*(f_1)$.