

Übungen zu Rationale Homotopietheorie Blatt 9

Aufgabe 1. Bestimmen Sie ein minimales (relatives) Sullivan Modell für die Standard Inklusion $f: \mathbb{C}P^k \hookrightarrow \mathbb{C}P^n$ (induziert von der Blockinklusion $\mathbb{C}^{k+1} \hookrightarrow \mathbb{C}^{n+1}$) für $k \leq n$.

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass ein minimales Modell einer Faserung $S^n \hookrightarrow E \rightarrow B$ einfach zusammenhängender Räume endlichen Typs gegeben ist durch

$$(\Lambda V \otimes \Lambda \langle e \rangle, d) \xrightarrow{\cong} (A_{PL}(E), d)$$

mit $de =: u \in \Lambda V$, falls n ungerade, und durch

$$(\Lambda V \otimes \Lambda \langle \tilde{e}, e' \rangle, \tilde{d}) \xrightarrow{\cong} (A_{PL}(E), d)$$

mit $d\tilde{e} = 0$, $de' = \tilde{e}^2 - u$, $u \in \Lambda V$, $du = 0$, falls n gerade.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie minimales Sullivan-Modell, Kohomologiealgebra und Homotopiegruppen des homogenen Raums $\mathbf{Sp}(3)/\mathbf{U}(3)$.

Aufgabe 4. Bestimmen Sie minimales Sullivan-Modell, Kohomologiealgebra und Homotopiegruppen des Biquotienten $\mathbb{S}^1 \backslash \mathbf{Sp}(3) / \mathbf{SU}(3)$. Vergleichen Sie mit Aufgabe 3 und diskutieren Sie Gemeinsamkeiten und Unterschiede!