Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
Wintersemester 2013/14
Dr. Manuel Amann
Dr. Johannes Riesterer

Übungen zu
Rationale Homotopietheorie
Blatt 11

Aufgabe 1. Zeigen Sie, dass die Sullivan Algebra

$$(\Lambda\langle x_1, x_2, y_1, y_2, y_3, z\rangle \otimes \Lambda\langle x_v, z_v\rangle_{v\in V}, \mathrm{d})$$

parametrisiert über V mit $\deg x_1 = 8, \deg x_2 = 10, \deg y_1 = 33, \deg y_2 = 35, \deg y_3 = 37, \deg x_v = 40, \deg z = 119, \deg z_v = 119$ und mit $\mathrm{d}x_1 = \mathrm{d}x_2 = \mathrm{d}x_v = 0$, $\mathrm{d}y_1 = x_1^3 x_2$, $\mathrm{d}y_2 = x_1^2 x_2^2$, $\mathrm{d}y_3 = x_1 x_2^3$, $\mathrm{d}z = y_1 y_2 x_1^4 x_2^2 - y_1 y_3 x_1^5 x_2 + y_2 y_3 x_1^6 + x_1^{15} + x_2^{12}$, $\mathrm{d}z_v = x_v^3 + \sum_{(v,w)\in E} x_v x_w x_2^4$ (parametrisiert über eine Menge E von Paaren aus V) elliptisch ist, und bestimmen Sie ihre formale Dimension in Abhängigkeit der Mächtigkeiten von V und E.
Hinweis: Betrachten Sie die zugehörige reine Algebra.

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass die exotische Sphäre $\mathbf{Sp}(2)/\!\!/\mathbf{Sp}(1)$ mit der Biquotientenstruktur $\mathbf{Sp}(1) \hookrightarrow \mathbf{Sp}(2)\times\mathbf{Sp}(2)$ definiert durch zum einen die blockweise Inklusion $\mathbf{Sp}(1) \subseteq \mathbf{Sp}(2)$ und zum anderen die Diagonalinklusion $\mathbf{Sp}(1) \hookrightarrow \mathbf{Sp}(2)$, $x \mapsto (x,x)$, die *Gromoll-Meyer Sphäre*, zumindest rational eine Sphäre ist.

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass $\mathbb{C}\mathbf{P}^n$ für $n \in 2\mathbb{N}$ keine orientierungsumkehrenden Selbstabbildungen zulässt. Geben Sie konkret einen orientierungsumkehrenden Automorphismus von $\mathbb{C}\mathbf{P}^1$ an.